التعليم الاليكتروني المـدمج

مقدمة في
الاقتصاد القياسي

إعــــداد

الدكتور
محمد كــامل ريحـــــــــان
أستاذ الاقتصاد الزراعي والقياسي
كلية الزراعة – جامعة عين شمس

الدكتور
السعيد عبد الحميد البسيوني
أستاذ الاقتصاد الزراعي والقياسي
كلية الزراعة – جامعة عين شمس

حقوق النشر

اسم الكتاب: مقدمة في الاقتصاد القياسي

المؤلفـــان: أ.د/ محمد كامل ريحان

أ.د/ السعيد عبد الحميد البسيوني

رقم الإيداع : ٢٢٠٠٦ / ٢٠٠٧

الترقيم الدولي : ٩٧٧-٢٣٧-٣١٥-٧

الطبعة الأولى : ٢٠٠٨

المحتويات

تابع المحتويات

تابع المحتويات

تابع المحتويات

المحتويات

الباب الأول

ماهية الاقتصاد القياسى ودوره في حل المشكلة الاقتصادية

أولا: المشكلة الاقتصادية :

قبل أن نحاول وضع تعريف لعلم الاقتصاد بوجه عام أو الاقتصاد القياسى بوجه خاص، يجدر بنا أن نستعرض أركان المشكلة الاقتصادية أي المشكلة العامة التى بررت نشأة علم خاص لمعالجتها هذه الأركان تتلخص فى :

1- تعدد الحاجات والرغبات وكذلك تعدد وسائل الإشباع :

فالإنسان يشعر بحاجات متباينة ومتعددة ومتجددة دائما فهو فى حاجة إلى المأكل والملبس والمسكن والترفيه وتثقيف مهنه، إلى آخر هذه الحاجات التى لا غنى للإنسان عنها فى حياتنا العادية، وبالإضافة إلى تعدد الحاجات والرغبات البشرية تتعدد وسائل إشباع هذه الحاجات فرغبة إشباع الجوع تترجم إلى سعى وراء الخبز واللحوم والخضر والفواكه وغيرها حيث يتبين أن وسائل الإشباع لنفس الرغبة تتعدد، وبعض وسائل الإشباع يتكامل كما يتبين فى المثال كما أن بعض وسائل الإشباع تتنافس مثل اختلاف وسائل النقل من الدواب والمركبات والقطارات. والطائرات ومن هنا فانه يتبين تعدد وسائل الإشباع واختلافها وتكاملها وتنافسها وذلك يختلف حسب القدرات المتاحة للإنسان فى الحصول على إشباع هذه الحاجات .

2- غالبية وسائل إشباع الحاجات البشرية لا توفره الطبيعة بصوره مباشرة :

ينـدر أن تتـوافر وسـائل الإشـباع بالصـورة التـى تحقـق الرغبـات الإنسـانية بصـورة مباشـرة، فالرمـال التـى يحتاجهـا الإنسـان لعمليـات البنـاء غالبـا مـا تحتـاج لعمليات نقل من أماكن تواجدها إلى الأماكن التى يرغب الإنسان فى إقامة مساكنه بها والماء العذب قد يتوفر فى بعض المناطق ولكن الماء النقى قد لا يتواجد على الإطـلاق ، وحيوانـات النقل قد توجد بكثره ولكـن اسـتخدامها لأغراض النقل يحتـاج إلى استئناسها وتدريبها وهكذا.

أي انـه توجد حاجات بشرية توجد وسائل محددة لإشباعها هذه الوسـائل يعتمد علـى المـوارد الطبيعيـة الموجـودة بصـورة خـام تختلـف عـن الصـورة المناسـبة لكى تعتبر وسائل إشباع مما يحتم ضرورة تحويل هذا المورد إلى الصورة المطلوبة للاستخدام الآدمي وإشباع رغباته .

3- ندرة الموارد اللازمة للحصول على وسائل إشباع الرغبات الإنسانية:

ولا تقـف المشـكلة الاقتصـادية عنـد ضـرورة تحويـل المـوارد إلـى الوسـائل المطلوبة بل أن الذى يزيد من حدتها هوان هذه الموارد تجود بها الطبيعـة بـدرجات متفاوتـة ، فـالهواء يتـوفر فـى معظـم الأحـوال بالقـدر الكـافى لاحتياجـات الإنسـان وبالتـالى يعتبـر مـورد حـر، بينمـا لا يتواجد البتـرول وكثيـرا مـن الـنعم الطبيعيـة بهـذه الدرجة من الوفرة مما يثير مشكلة عدم إمكان إشباع كل الحاجات البشرية من هذه النعم .

والواقع أن هذه الندرة Scarcity كانت الصفة التى استأثرت باهتمام الاقتصاديين وكذلك المحاولات البشرية المتعددة المبذولة من اجل ابتكار وسائل جديدة للإشباع تعتمد على موارد اقل ندرة والبحث عن وسائل لكسر حدة الندرة، كذلك مما يزيد من حدة المشكلة الاقتصادية أن هذه الموارد لها استعمالات بديلة تتنافس عليها فى نفس الوقت، فالأرض تلزم الإنسان لإقامة السكن اللازم له وهى أيضا لازمة لزراعة احتياجاته من الأغذية أو لإنتاج النباتات التى تهئ له الحصول على الملبس وهكذا تتزاحم هذه الاستعمالات البديلة على المورد الواحد بحيث تؤدى ندرته إلى ضرورة المفاضلة والموازنة بين كل هذه الاستعمالات وإجابة كل منها إلى حد محدود وفقا لقواعد رشيدة يتم وضعها بأسلوب علمى .

4- سعى الإنسان لتحقيق أقصى إشباع :

وفى الواقع فان الإنسان لا يقنع بالمتاح من هذه الموارد بل أن احتياجاته منها فى تزايد مستمر نتيجة لتزايد عدد السكان المضطرد وازدياد درجة تحضره وبالتالى ازدياد تطلعاته إلى مستويات أعلى من الرفاهية الاقتصادية ولهذا نجد أن علم الاقتصاد يأخذ ببديهية أساسية تسعى إلى الحصول على اكبر قدر من الإشباع من الموارد المتاحة للرغبات الإنسانية غير المحددة والمتطورة والمتزايدة والتى يتولد بعضها من البعض مما يخلق ويجسم المشكلة الاقتصادية الساعية إلى محاولة إشباع اكبر قدر من الرغبات الإنسانية عن طريق محاولة توزيع الموارد Allocation of resources المحدودة المتاحة للإنسان على الاستعمالات المختلفة التى يمكن أن تستخدم فيها ، بحيث ييسر له هذا التوزيع الحصول على وسائل تحقق له اكبر قدر ممكن من الإشباع بأقل قدر من الجهد الإنساني، مع مراعاة أن الزمن يلعب دورا أساسيا من حيث ضرورة الوفاء بالرغبات فى فترات محددة لا يمكن تأجيلها أو إطالتها.

هذا التعريف للمشكلة الاقتصادية يثير ثلاثة جوانب تؤثر على النمط التحليلى الذى يتبع فى معالجة العديد من الموضوعات محل بحث الاقتصاديون وهى :

أ - السعى إلى تحقيق أقصى إشباع بأقل جهد (أو تكلفة)، وهذا يمكن ترجمته إلى البحث عن نهايات عظمى أو صغرى .

ب- وجود قيود على الموارد المتاحة مما يعنى أن تلك النهايات مشروطة أو مقيدة، ويمكن حلها بالأساليب الرياضية المعروفة ومن الممكن أيضا استخدام أساليب تحليل الأنشطة Activity analysis لحل مشكلة توزيع موارد محدودة على استخدامات متعددة .

جـ - دخول الإنسان فى صراع مع غيرة من اجل تدبير احتياجاته، وهو بذلك يشبه المقامر الذى يشترك فى لعبة يتعرض فيها للكسب والخسارة مما يجعل النظرية الرياضية للألعاب Theory of games أحد السبل الممكنة التطبيق فى الدراسة .

ومعنى هذا أن الأساليب الرياضية يمكن أن تمدنا بمدخل علمى إلى معالجة المشكلة الاقتصادية وان لم تكن هى المدخل الوحيد لحل المشكلة الاقتصادية، وخاصة فيما يتعلق بالجوانب الوصفية والتنظيمية .

ومن هنا يأتي التساؤل إلى ما هو الاقتصاد القياسى وما دوره كأحد الفروع الحديثة لعلم الاقتصاد فى حل المشكلة الاقتصادية السابق عرضها ؟

ثانياً: مفاهيم الاقتصاد القياسي ودوره في حل المشكلة الاقتصادية:

يقصد بالاقتصاد القياسي ذلك العلم الذي يبحث في تحديد وشرح القوانين الاقتصادية التي تظهر في حياتنا الاقتصادية وذلك عن طريق استخدام الطرق

الإحصائية المختلفة . حيث يبحث هذا العلم في طرق وأساليب العلاقات التي يهتم بها التحليل الاقتصادي ولكون هذه العلاقات الاقتصادية هي علاقات كمية فعلم الاقتصاد القياسي يحاول عن طريق هذه العلاقات الكمية شرح العلاقات الاقتصادية السائدة في زمن ومكان معينين مثال ذلك تقديرات الدخل القومي ومنحنيات الطلب والعرض، وأسعار الجملة والتجزئة وإجمالي المدخرات والزيادة والنقصان في الاستثمار وكذلك العوامل المؤثرة عليها وغيرها من العلاقات الاقتصادية حيث يمكن تعريف العلاقات الاقتصادية بأنها علاقات تبين اثر متغير اقتصادى أو اكثر على متغير اقتصادى آخر، ولذلك نجد إن استخدام الرموز الرياضية للتعبير عن أي من العلاقات الاقتصادية أمر طبيعى، فعلاقة الطلب مثلا هي دالة رياضية تصور لنا اثر السعر والدخل على الكمية المطلوبة، ومن ثم يمكن القول أن أغراض علم الاقتصاد القياسى هو الوصول إلى تقديرات رقمية للعلاقات الاقتصادية بعد صياغتها فى أسلوب رياضى ثم استخدم الطرق الإحصائية لقياس العلاقات النظرية والتحقق من صحة هذه العلاقات أو عدم صحتها حتى يمكن قبولها أو رفضها.

أي انه يمكن القول أن الاقتصاد القياسى هو التكامل بين علوم الاقتصاد والرياضة والإحصاء بهدف الحصول على القيم العديدة لمعالم العلاقات الاقتصادية كالمرونات والقيم الحدية وغير ذلك. وكذلك يهتم الاقتصاد القياسى بتطوير الأساليب الإحصائية المطبقة على الظواهر الاقتصادية ليصل بها إلى ما تسميه بالطرق القياسية Econometric Methods وابرز ظواهر هذا التطوير هو إدخال العنصر العشوائى الذى يتجاهله الاقتصاد الرياضى.

والاقتصاد القياسى يعتبر النتيجة الطبيعية للتطور التاريخى لعلم الاقتصاد وفروعه المختلفة والارتباط القوى بين فروع علم الاقتصاد وكل من علمى الرياضة والإحصاء الذى اصبح السمة الرئيسية للأبحاث الاقتصادية فى العصر الحديث ،

حيث أن دراسة المشاكل الاقتصادية بالأسلوب القياسى يتطلب تعاون مجموعة من فروع العلوم الاقتصادية المختلفة وهى :

1- التحليل الاقتصادى والاقتصاد الرياضى عند تحديد العلاقات موضع الدراسة وصياغتها الصياغة الرياضية المناسبة.

2- الإحصاء الاقتصادى للحصول على البيانات الخاصة بالمتغيرات الاقتصادية إلى جانب اختيار انسب طريقة لتقدير معالم المعادلات الهيكلية بعد العمل على تحديد المتغيرات وقياس التغيرات فى كل منها.

3- الإحصاء الرياضى للوصول إلى الدقة المطلوبة فى التقدير آخذا فى الاعتبار احتواء البيانات على أخطاء بدرجة لا تؤدى إلى انحراف العلاقات المدروسة .

ونتيجة لذلك ظهرت الحاجة إلى علم يستمد أصوله من العلوم الثلاثة: الاقتصاد والرياضة والإحصاء ليجمع فى النهاية بين الصياغة السليمة والقياس الدقيق هو علم الاقتصاد القياسى .

وهذا لا يعنى أن الاقتصاد القياسى هو الطريقة الوحيدة أو حتى هو الطريقة المثلى لحل جميع المشاكل الاقتصادية، فمثلا دراسة الإطار القانونى للعلاقات الاقتصادية، والبحث التاريخى لمشاكل المناطق المتخلفة اقتصاديا، والشرح اللفظى للعلاقات السائدة فى حياتنا الاقتصادية وما إلى ذلك تعتبر كلها من الطرق المفيدة والمستخدمة بنجاح فى التحليلات الاقتصادية.

وعلم الاقتصاد القياسى هو علم حديث حيث أن أول من استخدم كلمة الاقتصاد القياسى Econometrics كأن الاقتصادى الإحصائي النرويجى الأصل راجنر فريش Ranger Frisch وذلك فى عام 1926. وان كانت هناك محاولات عديدة لعرض العلاقات الاقتصادية الكمية عن طريق استخدام الطرق الإحصائية

– أي بطريقة الاقتصاد القياسى – قد أجريت فى ازمنه سابقة ولكن لم تأخذ شكل علم قائم بذاته حيث لم يظهر علم الاقتصاد القياسى كعلم مستقل إلا قبل الحرب العالمية الأولى مباشرة وتطور بسرعة بعد الحرب . ولقد تكونت فى عام 1932 جمعية دولية للاقتصاد القياسى وهى التى تقوم بنشر مجلة Econometrica الزائعه الصيت فى مجال نشر البحوث الخاصة بذلك العلم.

ويمكن القول بان أبحاث الاقتصاد القياسى الأولى كانت تتركز حول الثلاث أقسام الآتية :

1- كان الغرض من أبحاث الاقتصاد القياسى الأولى هو التنبؤ بالدورات الاقتصادية فى النظام الرأسمالي، وهذا الاهتمام جاء نتيجة للفكرة التى كانت سائدة فى أن التنبؤ الدقيق بالدورات الاقتصادية يمكن الشركات الرأسمالية من أن تكيف نفسها فى الوقت المناسب لهذه التوقعات . وبالتالى يمكنها تجنب الخسائر التى تحدث لهم فى فترات الركود أو تمكنهم من استغلال فترات الرواج لزيادة أرباحهم.

2- والنوع الثانى من أبحاث الاقتصاد القياسى يتعلق بأبحاث السوق وهذه تشمل الأبحاث الخاصة بمرونة الطلب والعرض، وهذه الأبحاث ظهرت أيضا نتيجة لحاجة الرأسمالي المحتكر وكذلك لحاجة الدولة فى إقرار سياستها الخاصة بالتدخل فى الحد من هذه الاحتكارات والتى لجأت إليها بعض الحكومات الرأسمالية.

3- ويعرف النوع الثالث من أبحاث الاقتصاد القياسى باسم البرمجة Programmingوهذا يشمل المشاكل والوسائل المتعلقة بالاقتصاد القومى الكلى أو لقطاعات كبيرة منه. والغرض من تلك الأبحاث هو معرفة تأثير بعض القرارات الاقتصادية المعنية على الاقتصاد الكلى. وتعتبر مشكلة

التنسيق والربط بين الأنشطة الاقتصادية المستقلة كنقطة البداية لتطور وتقدم نظرية البرمجة فى الاقتصاد القياسى .

وقد يتبادر إلى الذهن سؤال هام عن مدى إمكانية استخدام علم الاقتصاد القياسى فى حل مشاكل وتنظيم الاقتصاد القومى فى البلاد التى تطبق النظام الاشتراكى .

مما سبق يتبين أن نظرية البرمجة وكذلك تحليل المدخلات والمخرجات تبحث فى كيفية وضع خطط معينة للاقتصاد القومى أو لمختلف قطاعاته ، ويمكن استخدام تلك الطرق فى وضع الخطط فى البلاد الاشتراكية إذا توافرت البيانات والإمكانيات لاستخدامها ، وكذلك يمكن الاستعانة بأبحاث الاقتصاد القياسى للسوق فى البلاد الاشتراكية لمعرفة وحساب رد الفعل الذى قد يحدث نتيجة لاتخاذ قرار اقتصادى معين.

الباب الثانى

طرق البحث القياسى

يستعمل الاقتصاديون فى أبحاثهم الاقتصادية ما يعرف بطريقة البحث العلمى، وبما أن الاقتصاد القياسى يهتم بالجانب الكمى من علم الاقتصاد، لذا يمكننا القول بأنه حاله خاصة لعلم الاقتصاد والتى تكيف فيها الطرق العملية العامة حتى يمكن استخدامها لتحليل البيانات الاقتصادية تحليلا كميا .

ويمكننا أن نبسط خطوات البحث القياسى فى أربعة خطوات :

1- **توصيف النموذج Specification** وتعرف هذه الخطوة أيضا بأنها خطوة صياغة الفروض .

2- **تقدير المعالم Estimation** باستخدام انسب طرق البحث القياسى.

3- **تقييم التقديرات Evaluation** ومدى قبولها ودرجة الثقة فيها.

4- **التنبؤ Forecasting** واختبار القدرة التنبؤية للنموذج .

وفيما يلى نتناول كل من هذه الخطوات بشرح مبسط :

1- توصيف النموذج Specification:

يعتبر التوصيف أهم خطوات البحث الاقتصادى القياسى، ويحاول فيها الباحث القياسى دراسة العلاقة بين المتغيرات وصياغة هذه العلاقة فى صورتها الرياضية، بمعنى توصيف النموذج الذى يتم عن طريق بحث الظاهرة الاقتصادية تطبيقيا، ويتضمن التوصيف :

أ – تحديد المتغير التابع والمتغيرات المفسرة (المتغيرات المستقلة)، على سبيل المثال إذا رغب الباحث القياسى فى دراسة الطلب على سلعه ما كان المصدر الأول هو النظرية الاستاتيكية للطلب والتى تشير إلى المتغيرات المحددة للطلب وهى : سعر السلعة، وأسعار السلع البديلة والمكملة، والدخل والتفضيلات المختلفة ، وعلى هذا الأساس تكون الصيغة العامة لدالة الطلب هى:

$$q_i = f(P_1, P_2, T, I)$$

حيث :

qi = الكمية المطلوبة من السلعة .

P1 = سعر هذه السلعة .

P2 = سعر السلع الأخرى .

T = القياس المناسب لأذواق المستهلكين.

I = دخل المستهلك .

ومن الواجب أن نوضح أن عدد المتغيرات الداخلة فى النموذج إنما يتوقف على طبيعة الظاهرة موضع الدراسة، والهدف من البحث وغالبا ما يقتصر الأمر

على إظهار أربعة أو خمسة من المتغيرات المفسرة الهامة على الأكثر مع أخذ المتغيرات الأخرى الأقل أهمية من خلال المتغير العشوائى.

ب– تعيين التوقعات النظرية والقبلية لإشارات معالم الدوال وهى المقاييس التى على أساسها سيتم تقييم التقديرات المتحصل عليها لمعامل النموذج، فإذا تضمن البحث دراسة الطلب لسلعة ما فى الصورة :

$$q_i = \propto + b_1 P_1 + + b_2 P_2 + b_3 I + \in_i$$

فإننا نتوقع وفقا للنظرية العامة للطلب الحقائق الآتية :

- ❖ الإشارة السالبة للمعلمه b_1 تأكيدا لقانون الطلب الذى يفترض العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة والسعر.
- ❖ الإشارة الموجبة للمعلمه b_2 فى حالة ما إذا كانت السلعة الأخرى سلعة بديلة، والإشارة السالبة لنفس المعلمة إذا كانت السلعتين مكملتين.
- ❖ الإشارة الموجبة للمعلمه b_3 حيث الدخل والكمية المطلوبة بينهما علاقة موجبة إلا في حالة السلع الدنيا .

أما بالنسبة لقيمة المعلم (b_1 , b_2 , b_3) التى تدخل فى حساب المرونات السعرية والعبورية والدخلية، فتشير النظرية إلى أن قيمة المرونة تتوقف على طبيعة السلعة ومدى توفر البدائل فإذا كانت السلعة ضرورية توقعنا أن تكون كل من مرونتى السعر والدخل ذات قيمة صغيرة، أما إذا كانت كمالية كانت هذه المرونات ذات قيمة كبيرة، أما المرونة العبورية أو كما يسميها البعض المتقاطعة للطلب على السلعة الأولى بالنسبة لسعر السلعة الثانية، فتكون موجبة الإشارة فى حالة كون السلعتان بديلتان وتكون سالبة الإشارة فى حالة كون السلعتين مكتملتين وعموما قبل دراسة دالة الطلب لسلعة معينة يجب أن يتعرف الباحث على طبيعة

السلعة من حيث إنها سلعة عادية أو دنيا ، ضرورية أو كمالية، لها بدائل أو ليست لها بدائل أي دراسة ظروف وسوق السلعة المبحوثة.

أما إضافة بعض المتغيرات أو استبعاد البعض الآخر من دالة ما فيمكن أن تنظر إليه باعتبار أن المعلمة لا تساوى الصفر أو تساوية ، فإذا رأى الباحث استبعاد متغير ما من الدالة فمعنى ذلك انه قد افتراض أن قيمة معلمه هذا المتغير إنها تساوى الصفر، وإذا افترض إضافة المتغير إلى الدالة فان ذلك يعنى أن قيمة معلمته إنما تختلف عن الصفر، وبطبيعة الحال أن القياس أحيانا قد يشير إلى عدم معنوية بعض المتغيرات التى أضيفت إلى الدالة، الأمر الذى يتطلب منا استبعاد هذه المتغيرات .

ونخلص من ذلك أن طبيعة الظاهرة الاقتصادية التى ترغب فى دراستها هى التى تحدد عدد متغيرات النموذج فى بادئ الأمر بينما يتوقف هذا العدد فى النهاية على مدى اجتياز تقديرات المعالم للمقاييس الاقتصادية والإحصائية والقياسية المعروفة .

جـ – تحديد الصيغة الرياضية للنموذج من حيث عدد المعادلات وكونها خطية أو غير خطية، وان النظرية الاقتصادية قد لا تتعرض للصيغة الرياضية للعلاقات أو عدد المعادلات التى يتضمنها النموذج الاقتصادى حيث لم تحدد النظرية الاقتصادية ما إذا كان الطلب على سلعة ما لابد من دراسته عن طريق نموذج المعادلة الواحدة، أو عن طريق مجموعة من المعادلات الآنية، كما أن خطية المعادلة أو عدم خطتها لا تحددها النظرية الاقتصادية، ومن المفيد والضرورى عند القيام بالبحث القياسى لظاهرة اقتصادية معينة أن تعرض البيانات بأخذ المتغير التابع مع كل من المتغيرات المفسرة فى أشكال انتشارية لتلقى بعض الضوء على اختيار الصيغة الرياضية التى تظهر بالدوال المختلفة. كما يمكن

للباحث القياسى التجربة فيلجأ إلى المعادلات الخطية وغير الخطية وعليه أن يختار منها ما يوصله إلى نتائج مرضية باستخدام الأساليب الإحصائية الدقيقة.

وعلى الباحث القياسى وحدة أن يحدد ما إذا كانت الظاهرة موضع الدراسة سيتم قياسها بنموذج المعادلة الواحدة أو بنموذج المعادلات الآنية. فإذا كانت العلاقة الاقتصادية معقدة وتم قياسها بنموذج المعادلة الواحدة أدى ذلك إلى حصولنا على تقديرات خاطئة لمعالمها.

ومن الملاحظ أن عدد المعادلات، أي حجم النموذج إنما يتوقف على:

1) درجة تعقيد الظاهرة الاقتصادية موضع البحث .

2) الغرض الذى من اجله يتم قياس النموذج إذا كان للتنبؤ أوللحصول على معالم دقيقة .

3) مدى توافر البيانات وإمكانيات إجراء العمليات الحسابية لدى الباحث.

ويتضح مما سبق أن خطوة التوصيف تعتبر من أهم واصعب خطوات البحث القياسى .

2- تقدير المعالم Estimation :

بعد الانتهاء من توصيف وصياغة النموذج سواء كان وحيد المعادلة أو متعدد المعادلات يبدأ الباحث القياسى فى التحليلات الإحصائية والرياضية لمعادلات النموذج للحصول على التقديرات الكمية لمعالم هذا النموذج ، ويعتبر التقدير عملا فنيا بحتا ويتطلب الإلمام الكامل من الباحث القياسى بكافة أساليب القياس، والتى تتحدد فى :

(1) تجميع البيانات الإحصائية عن المتغيرات الداخلة فى النموذج، أما فى صورة سلاسل زمنية Time Series data أو من قطاعات مستعرضة(بياتات قطاعية) .Cross Section data كما هو الحال عند اختيار عينة من بيانات ميزانية الأسرة التى تشير إلى اوجه إنفاق كل أسره على السلع المختلفة وفقا لدخل هذه الأسر وتركيبها وغير ذلك من خصائصها الديموجرافية والاجتماعية وقد تجمع البيانات من منتجى السلع المختلفة ومن الأسواق وذلك عن طريق تصميم مجموعة من الاستمارات لجمع البيانات عن طريق المعاينة,فضلاً عن عن إمكانية استخدام علي مزيج من بيانات السلسلة الزمنية والبيانات المقطعية وهو مايسمى ببيانات السلاسل القطاعية Cross Series data ، كما أن هناك كثيرا من العوامل ذات الأثر على المتغير التابع والتى لا يمكن قياسها إحصائيا لكونها متغيرات نوعية كالمهنة والدين والنوع ودرجة التحضر، وهذه العوامل يمكن إدخال أثرها فى الدوال عن طريق المتغيرات التصويرية Dummy Variables، والمثال على ذلك دراسة الطلب على الخبز من بيانات القطاع المستعرض حيث نجد عامل النوع(ذكر أو أنثى) ذو تأثير على هذا الطلب ، فيمكن تمثيل هذا العامل بالمتغير التصويرى (العددى) فيعطى رقم واحد فى حالة المستهلك الذكر، ورقم صفر فى حالة المستهلك الأنثى.

(2) اختبار شروط التميز للدوال، والتميز أو التعرف هو مشكلة يجب اجتيازها من خلال الإجراء المناسب حتى يتسنى لنا الحصول على معالم يتم تقديرها بالأسلوب القياسى الملائم، فتكون هذه المعالم هى المعالم الحقيقية موضع البحث ، وتبرز هذه المشكلة عندما نحصل على تقديرات ليس هناك ما يؤكد كونها تخص الدالة المقصودة بالدراسة أم دالة أخرى لها نفس الصياغة من الناحية الإحصائية .

والمثال على ذلك دالة الطلب التى يتم قياسها لسلعة ما خلال فترة وذلك مع افتراض ثبات كل من الدخل والعوامل الأخرى وبافتراض تغير السعر فقط ويترتب على ذلك إن كل من العرض والطلب سيتوقف على سعر السلعة أي أن:

$$qs = f (Xi) \qquad\qquad qd = f (Xi)$$

فإذا فرضنا إننا سنعمل على قياس دالة الطلب مستخدمين بيانات السلاسل الزمنية التى تسجل الكميات المطلوبة والأسعار المناظرة، ولكن الكميات المطلوبة هى فى نفس الوقت الكميات المباعة فإذا ما استخدمت بيانات كل من q_i X_i , صار من غير المؤكد ما إذا كانت المعالم المقيسة لدالة الطلب أم لدالة العرض، ولكن هناك بعض القواعد التى يمكن عن طريقها تمييز معالم الدالة.

(3) اختبار مشكلة التجميع بالنسب للمتغيرات، وتنشأ مشاكل التجميع عند استخدام متغيرات مجمعة فى الدالة والتجميع يتم على مستوى الأفراد كما هو الحال بالنسبة للدخل الكلى وهو مجموع دخول الأفراد، وللناتج الكلى وهو مجموع نواتج المنشآت، ويتم التجميع أيضا على مستوى السلع، أو التجميع على مستوى سلعة معينة فى عدة مناطق أو أسواق مثل قياس دالة الطلب لسلعة معينة على مستوى الدولة الذى تفسره المتغيرات : الدخل المنفق على مجموعة السلع التى من بينهما هذه السلعة، وسعر هذه السلعة ، وسعر السلع الأخرى وكلها تظهر بصورة مجمعه.

ويترتب على وقوعنا فى مشاكل التجميع تحيزا فى تقدير المعالم يسمى تحيز التجميع .

(4) تقدير معامل الارتباط بين المتغيرات المفسرة أي اختبار درجة الازدواج الخطى، حيث ترتبط اغلب المتغيرات الاقتصادية فى مختلف اوجه النشاط الاقتصادى، فالدخل والعمالة والاستهلاك والاستثمار والصادرات والواردات

والضرائب تنمو كلها فى فترات الرخاء وتنخفض فى فترات الكساد . ونتيجة لذلك فهناك درجة من الازدواج الخطى بين هذه المتغيرات الاقتصادية، فإذا كان الارتباط قويا بين المتغيرات المفسرة (المتغيرات المستقلة) عند قياس ظاهرة معينة فان التقديرات المتحصل عليها تكون مضللة، فالأسعار والأجور تتزايد معا، فإذا أضيف هذين المتغيرين فى دالة الطلب ضمن المتغيرات المفسرة، صار من المحتمل جدا حصولنا على تقديرات غير دقيقة للمعالم.

(5) اختبار الأساليب القياسية المناسبة للتقدير معالم الدالة حيث يتم تقدير معالم العلاقات الاقتصادية بعده طرق يمكن تقسيمها فى مجموعتين:

أ - **طريقة المعادلة الواحدة :** وتطبق على المعادلات فرادى وأهمها طريقة المربعات الصغرى العادية، وطريقة المربعات الصغرى غير المباشرة، وطريقة الإمكان الأعظم للمعلومات وغير ذلك.

ب - **طريقة المعادلات الآنية :** وتطبق على مجموعة المعادلات فى نفس الوقت فنحصل منها على تقديرات لمعالم الدوال آنيا ومن أهمها طريقة المربعات الصغرى فى صورتها المختصر.

وطريقة المربعات الصغرى على مرحلتين وعلى ثلاث مراحل وطريقة الإمكان الأعظم للمعلومات الكاملة.

ويتوقف اختبارنا لأي من هذه الطرق على عدة عوامل أهمها :

أ - طبيعة العلاقة الاقتصادية موضع الدراسة .

ب- خصائص تقديرات المعامل المتحصل عليها باستخدام كل من الطرق السابقة وهذه الخصائص هى: عدم التحيز والاتساق والكفاءة والكفاية.

جـ– بساطة الطريقة من حيث سهولة الحساب وقلة البيانات المطلوبة.

د – الوقت والتكاليف اللازمين.

3– تقييم التقديرات Evaluation :

يقصد بالتقييم التأكد مما إذا كانت التقديرات تتفق والناحية النظرية ويمكن قبولها من الناحية الإحصائية وجوانب التقييم هى :

1) من الناحية الاقتصادية وتتحددها النظرية الاقتصادية وتهتم بالإشارات وقيم المعالم التقريبية ، ومعالم النموذج الاقتصادية هى : المرونات والقيم الحدية والمضاعفات والميول الحدية.

2) من الناحية الإحصائية وتحددها النظرية الإحصائية، التى تحدد الاختبارات الإحصائية المستخدمة والتى تهدف إلى تحديد درجة الثقة الإحصائية فى معالم النموذج المقدر ، واهم هذه المقاييس الإحصائية هى معامل الارتباط، ومعامل التحديد (مربع معامل الارتباط) حيث يعبر عن نسبة التغيرات الكلية فى المتغير التابع التى أمكن شرحها عن طريق التغيرات فى المتغيرات المفسرة، كما يعتبر الانحراف المعيارى ذو أهمية كبيرة حيث يقيس درجة تباين التقديرات حول المعالم الحقيقية فكلما كبر الخطأ المعيارى كلما قلت درجة الثقة فى المعلمة.

يأتي المعيار الإحصائي فى المرتبة الثانية بعد المعيار الاقتصادى، فإذا جاءت المتغيرات بإشارات أو قيم مخالفة كان من الضرورى رفضها حتى وان كان معامل الارتباط كبيرا وكانت الأخطاء المعيارية مقبولة إحصائيا. حيث أن المعالم وان كانت تتفق والمعايير الإحصائية إلا إنها لا تتفق والمعايير الاقتصادية القبلية النظرية .

3) من الناحية القياسية وتحددها النظرية الاقتصادية القياسية، وتهتم هذه المعايير القياسية إلى البحث فى مدى اتصاف التقديرات بالخصائص القياسية المرغوبة كعدم التحيز والاتساق والكفاءة والكفاية. وتفترض جميع طرق القياس استقلال قيم المتغير العشوائى فى النموذج ، ويؤدى هذه الفرض إلى عدم وجود الارتباط الذاتى للبواقى، فإذا لم يتحقق فان الخطأ المعيارى للمعالم لا يؤخذ به كمعيار للمعنوية الإحصائية ، كما تفترض الطرق القياسية ضرورة تميز الدالة وألا كانت تقديرات المعالم لا معنى لها.

ويتضح مما سبق إن تقييم النتائج المتحصل عليها أمر ليس بالسهولة ، إذ يتحتم على الباحث ضرورة استخدام جميع المعايير الاقتصادية والإحصائية والقياسية قبل قبول أو رفض أي من التقديرات ، وإذا لم يتحقق فرض قياسى، فغالبا ما يعاد توصيف النموذج بإضافة أو حذف أو تعديل بعض المتغيرات لنبدأ بعد ذلك فى تقدير المعالم للصيغة الجديدة واختبارها بالمعايير التى سبق الإشارة إليها.

4- تقييم القدرة التنبؤية للنموذج Forecasting:

أن من أغراض البحث القياسى الحصول على تقديرات لمعالم العلاقات الاقتصادية توطئة لاستخدامها فى التنبؤ بالقيم العددية للمتغيرات .

وقبل استخدام النتائج المتحصل عليها فى التنبؤ علينا أن نقيم القدرة التنبؤية للنموذج، وعلينا أن نتأكد من اتفاق النتائج والنظرية الاقتصادية إلى جانب سلامتها من الناحيتين الإحصائية والقياسية خلال الفترة الزمنية للتقدير، آخذا فى الاعتبار أن التغيرات السريعة فى الظروف الاقتصادية سوف تجعل من غير المناسب إجراء التنبؤ المطلوب ويتم تقييم القدرة التنبؤية للنموذج :

أ - عن طريق استخدام تقديرات معالم النموذج لفترة أخرى لا تدخل فى فترة العينة، ثم مقارنة القيم المتحصل عليها بالقيمة الفعلية للمتغير التابع، والفرق المتوقع بين القيمتين المحسوبة والفعلية يجب اختبار معنويته إحصائيا فإذا كان الفرق معنويا تبين لنا أن القدرة التنبؤية للنموذج ضعيفة.

ب - إعادة تقدير معالم النموذج بعد إضافة بيانات الفترة الجديدة ثم مقارنة التقديرات الجديدة بالسابق الحصول عليها واختبار معنوية الفرق بالطرق الإحصائية المناسبة .

وتنحصر الأسباب المختلفة التى تؤدى إلى حصولنا على تنبؤات ضعيفة المستوى فى الاتى :

أ - عدم دقة البيانات الخاصة بالمتغيرات المفسرة (المستقلة) .

ب- عدم دقة تقديرات المعالم .

جـ - تغير ظروف النموذج مما يجعل من الخطأ استخدام التقديرات القديمة في التنبؤ ، ويتحتم في هذه الحالة إعادة التقدير على أساس الأوضاع الجديدة .

الباب الثالث

الانحدار البسيط

أولا : النماذج الرياضية المستخدمة في الانحدار :

لدراسة العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل يلزم البحث عن انسب الصيغ الرياضية التي تعبر عن هذه العلاقة ويتم ذلك من خلال :

1- التعرف على الشكل الانتشارى للعلاقة بين المتغير التابع و المتغير المستقل (أو المتغيرات المستقلة) ، ويتم ذلك بواسطة الرسم البياني للمتغير التابع وكل متغير مستقل على حدة .

2- اختيار انسب الصيغ الرياضية التي تتلاءم والشكل البياني للعلاقة محل الدراسة .

وفيما يلي بعض النماذج الرياضية المستخدمة في هذا الشان .

1- النموذج الخطي The Linear Model :

وتأخذ الشكل التالي

$$Y = b_0 + b_1 X + E_i \longrightarrow (1)$$

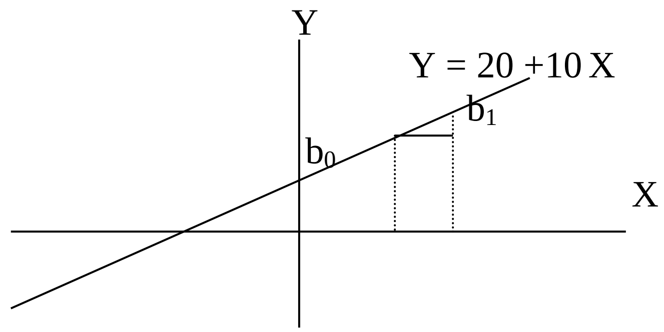
حيث إن : **Y = القيمة الفعلية للمتغير التابع**

X = القيمة الفعلية للمتغير المستقل

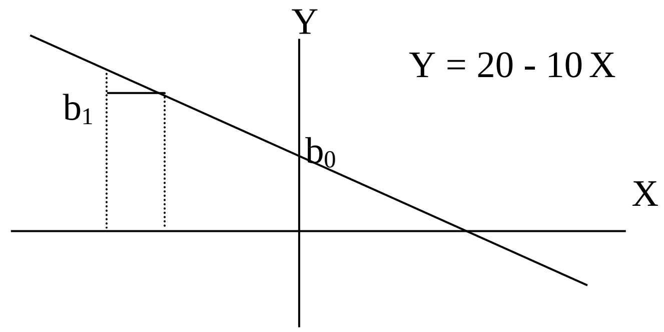
E_i = القيمة الفعلية لحد الخطأ

b_0 = معامل ثابت ، وهو عبارة عن مقدار Y عندما X=0 & b_1 = معامل انحدار العلاقة بين X كمتغير مستقل و Y كمتغير تابع (ميل العلاقة بينX, Y) ومن ثم فهو عبارة عن التغير فيY نتيجة تغير X بوحدة واحدة .

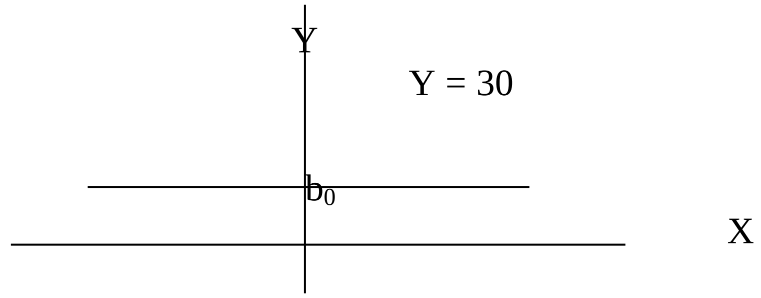
ويوضح الشكل رقم (1) الحالات المختلفة للصور الخطية .



الحالة الأولى $b_1 > 0$



الحالة الثانية $b_1 < 0$



الحالــة الثالثــة $b_1 = 0$

الشكل رقم (1)

ومن الشكل يتضح :

1- إذا كانت b_1 موجبة $(b_1 > 0)$ فان الزيادة في X سوف تؤدي إلي زيادة Y والعكس صحيح . ويدل ذلك على وجود علاقة طردية بين X كمتغير مستقل و Y كمتغير تابع .

2- إذا كانت b_1 سالبة $(b_1 < 0)$ فان الزيادة في X سوف تؤدي إلي انخفاض Y والعكس بالعكس . ويدل ذلك على وجود علاقة عكسية بين X كمتغير مستقل و Y كمتغير تابع .

3- إذا كانت $(b_1 = 0)$ فان الزيادة في X لن تؤدي إلي تغير Y . ومن ثم فان Y تكون ثابتة . ويدل ذلك على عدم وجود علاقة بين X كمتغير مستقل و Y كمتغير تابع .

و يختلف الميل عن المرونة . فالميل يقيس الأثر الحدي للمتغير المستقل على المتغير التابع ، أما المرونة فتقيس الأثر النسبي The Relative Effect للمتغير المستقل على المتغير التابع ، ومن ثم فهي عبارة عن التغير النسبي في المتغير التابع نتيجة تغير المتغير المستقل بـ 1% .

ويحسب الميل بقسمة التغير المطلق (Δ) في المتغير التابع على التغير المطلق في المتغير المستقل . أما المرونة فتحسب بقسمة التغير النسبي في المتغير التابع على التغير النسبي في المتغير المستقل . ومن ثم يمكن حساب الميل والمرونة للمعادلة رقم (1) على النحو التالي :

$$\therefore b_1 = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$\therefore E_{YX} = \frac{\Delta Y}{Y} \Big/ \frac{\Delta X}{X}$$

$$\therefore = \frac{\Delta Y}{\Delta X} * \frac{X}{Y} = b_1 \left[\frac{X}{Y} \right] \longrightarrow (2)$$

حيث E_{YX} عبارة عن مرونة Y بالنسبة لـ X . ويتضح من المعادلة رقم (2) إن الميل جزء من المرونة .

ومن المعادلة $Y = 20 + 10X$، ويمكن توضيح الفرق بين الميل والمرونة كما يلي :

1- إن الأثر الحدي لـ X يكون دائما مساويا لـ 10 . ويعني ذلك إن التغير في X بوحدة واحدة سوف يؤدي إلي تغير Y بـ 10 . فعندما زادت X من 2 إلي 3 زادت Y من 40 إلي 50 . أما عندما زادت X من 3 إلي 4 زادت Y من 50 إلي 60 .

2- إن الأثر النسبي لـ X مختلف من نقطة إلي أخري على الخط المستقيم فعندما كانت $X=2$ ، $Y=40$ ، فان E_{YX} تساوي $[(10)(2/40)] = 0.50$. أما عندما كانت $X=3$ ، $Y=50$، فان E_{YX} تساوي $[(10)(3/50)]=0.60$.

ومما تقدم ، يمكن استنتاج ما يلي :

1- إن إشارة المرونة هي نفس إشارة الميل ، بمعني إذا كانت إشارة الميل موجبة $(b_1 > 0)$ ، فان إشارة المرونة سوف تكون موجبة $(E_{YX} > 0)$ أيضا . وإذا كانت إشارة الميل سالبة $(b_1 < 0)$ ، فان إشارة المرونة سوف تكون سالبة $(E_{YX} < 0)$ كذلك .

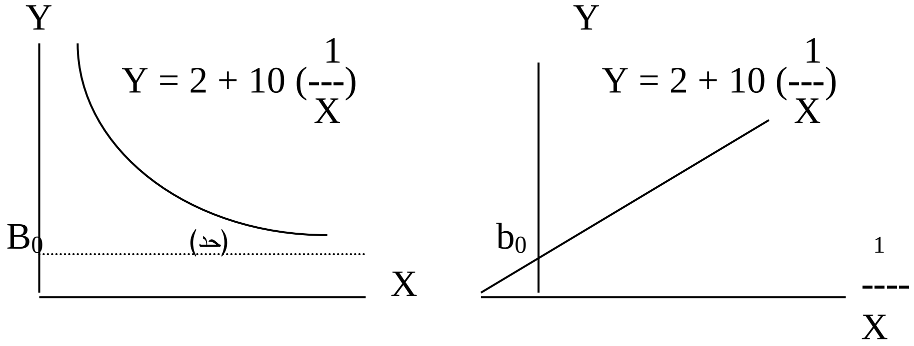
2- عندما تكون العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع علاقة خطية ، فان الميل يكون ثابت عند أي نقطة على الخط المستقيم ، بينما المرونة تكون مختلفة من نقطة إلي أخري على هذا الخط ،أي إن في الصيغة الخطية يكون الميل ثابت بينما تكون المرونة غير ثابتة .

2- النموذج العكسي The Inverse Model :

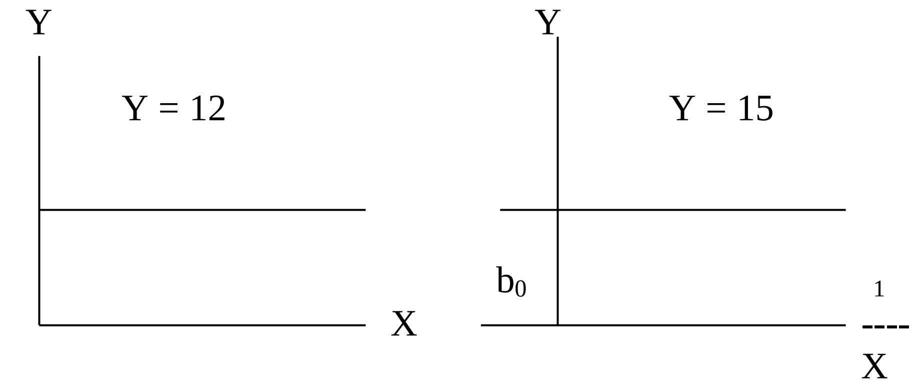
ويأخذ الشكل التالي

$$Y = b_0 + b_1 \left(\frac{1}{X} \right) \longrightarrow \quad (1)$$

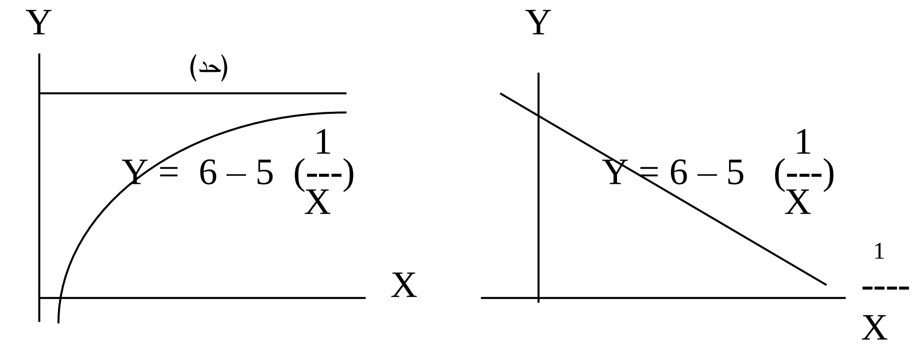
ويوضح الشكل رقم (3) الحالات المختلفة لـ b_1 طبقا للمعادلة رقم (1)، وبالنظر إلي هذا الشكل يمكن التمييز بين ثلاثة حالات لـ b_1 على النحو التالي:



الحالة الأولى $b_1 > 0$



الحالة الثانية $b_1 = 0$



الحالة الثالثة $b_1 < 0$

الشكل رقم (2)

ومن الشكل يتضح :

1- إذا كانت b_1 موجبة $(b_1 > 0)$ فان الزيادة في X سوف تؤدي إلي انخفاض Y بمعدل متناقص . لاحظ إن الزيادة في X سوف تؤدي إلي اتجاه (1/X) إلي الصفر . ومن ثم فان هذه المعادلة (الدالة) سوف يكون لها حد ادني لا يمكن لـ Y إن تصل إليه مهما زادت X .

2- إذا كانت b_1 سالبة $(b_1 < 0)$ فان الزيادة في X سوف تؤدي إلي زيادة Y بمعدل متناقص . ويكون لهذه المعادلة حد اعلي لا يمكن لـ Y إن تصل إليه مهما زادت X .

3- إذا كانت $(b_1 = 0)$ فان التغير (الزيادة أو النقص) في X لن يؤدي إلي تغير Y . ومن ثم فان Y تكون ثابتة .

إن الأثر الحدي لـ X على Y هو :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -b_1 \left(\frac{1}{X^2} \right)$$

أما الأثر النسبي لـ X على Y فهو :

$$E_{YX} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} * \frac{X}{Y}$$

$$= -b_1 \left(\frac{1}{X^2} \right) \left(\frac{X}{Y} \right) = -b_1 \left(\frac{1}{XY} \right) \qquad (2)$$

3- النموذج التربيعي The Quadratic Model :

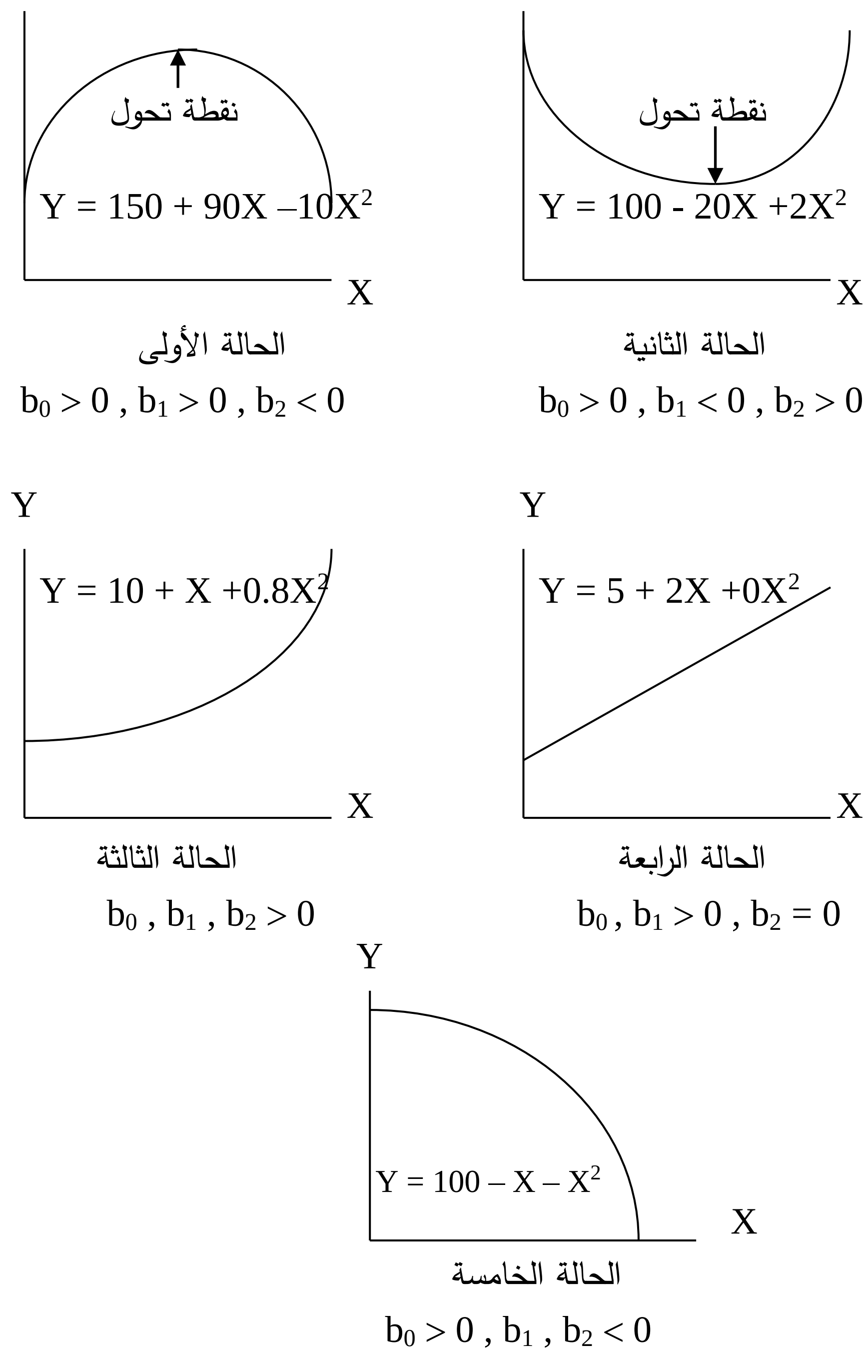
ويأخذ المعادلة التالية :

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$$

فان الأثر الحدي لـ X على Y ، يمكن الحصول عليه كما يلي :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = b_1 + 2b_2 X$$

Y Y



الشكل رقم (3)

ويكون الأثر النسبي لـ X على Y كما يلي :

$$E_{YX} = (b_1 + 2b_2 X) \left(\frac{X}{Y} \right)$$

ويتم استخدام النموذج التربيعي في عدة حالات منها :

1- عندما تكون العلاقة الحقيقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع علاقة غير خطية . لاحظ إن الميل في هذه الحالة يكون غير ثابت .

2- عندما تتضمن العلاقة الحقيقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع نقطة تحول Turning Point . مثال ذلك منحني التكلفة الحدية الذي يأخذ شكل حرف U (انظر الحالة الثانية من الشكل4) ، ويوضح هذا المنحني ما يلي :

- **قبل نقطة التحول** : إن الزيادة في الإنتاج الكلي (X) سوف تؤدي إلي انخفاض التكلفة الحدية (Y) . ومن ثم فان ميل منحني التكلفة الحدية سوف يكون سالبا .
- **عند نقطة التحول** : إن الزيادة في الإنتاج الكلي (X) لن تؤثر على التكلفة الحدية (Y) . حيث تكون التكلفة الحدية ثابتة . ومن ثم فان ميل منحني التكلفة الحدية سوف يكون مساويا للصفر .
- **بعد نقطة التحول** : إن الزيادة في الإنتاج الكلي(X) سوف تؤدي إلي زيادة التكلفة الحدية (Y) . ومن ثم فان ميل منحني التكلفة الحدية سوف يكون موجبا .

4- النموذج اللوغاريتمي المزدوج The Double Log Model :

ويأخذ النموذج المعادلة التالية :

$$Y = b_0 X^b$$

فان الأثر الحدي لـ X على Y ، يمكن الحصول عليه كما يلي :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = b_0 b_1 X^{b-1} = b_0 b_1 X^{b-1} \frac{X}{X}$$

$$= \frac{b_0 b_1 X^b}{} = b_1 \left(\frac{Y}{} \right)$$

X X

ويكون الأثر النسبي لـ X على Y كما يلي :

$$E_{YX} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} * \frac{X}{Y} = \left(b_1 \frac{Y}{X} \right) \left(\frac{X}{Y} \right) = b_1$$

ولكي يتم تقدير المعادلة $Y = b_0 X^b$ تقديرا دقيقا ، يجب استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية حتى يمكن تطبيق هذه الطريقة ، يجب تحويل المعادلة المراد تقديرها إلي الصيغة الخطية ، ويتم ذلك بواسطة اخذ اللوغاريتم الطبيعي (ويرمز له بالرمز In) لكل من جانبي المعادلة فينتج ما يلي :

$$In\ Y = In\ b_0 + b_1\ In\ X$$

وبفرض إن :

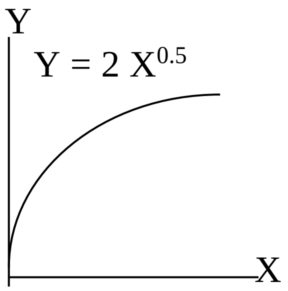
$$In\ Y = Y^*$$
$$In\ X = X^*$$

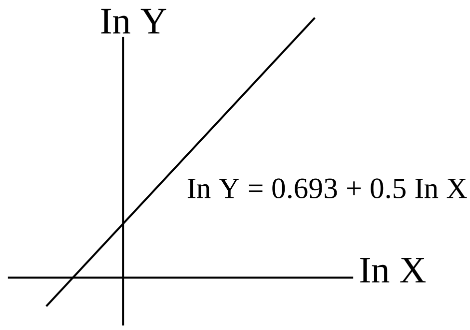
فان المعادلة السابقة يمكن إعادة كتابتها كما يلي :

$$Y^* = In\ b_0 + b_1 X^*$$

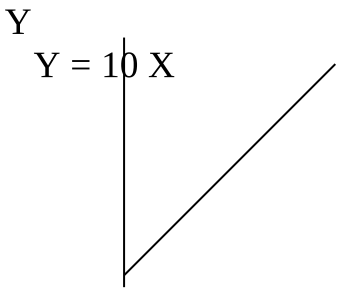
ويلاحظ إن هذه المعادلة تمثل النموذج اللوغاريتمي المزدوج ، ويوضح الشكل التالي الحالات المختلفة لهذه الصيغة . وفى كل حالة من هذه الحالات تم إيضاح شكل المعادلة الأصلية وشكل المعادلة المحولة .

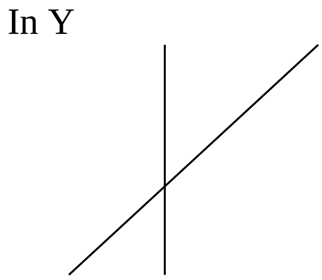
$Y = b_0 X^b$ $In\ Y = In\ b_0 + b_1\ In\ X$



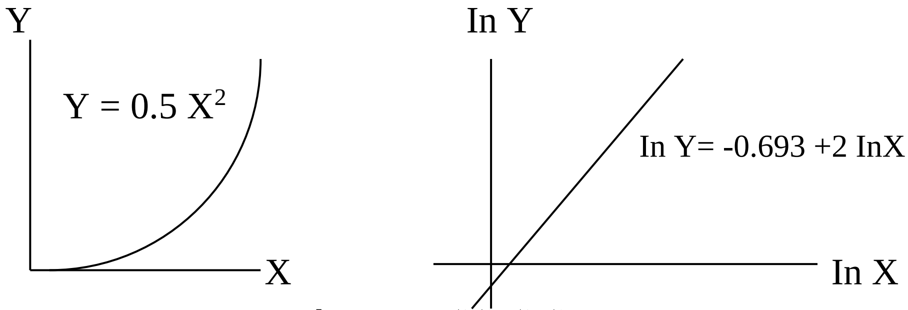


الحالة الأولى : $0 < b_1 < 1$

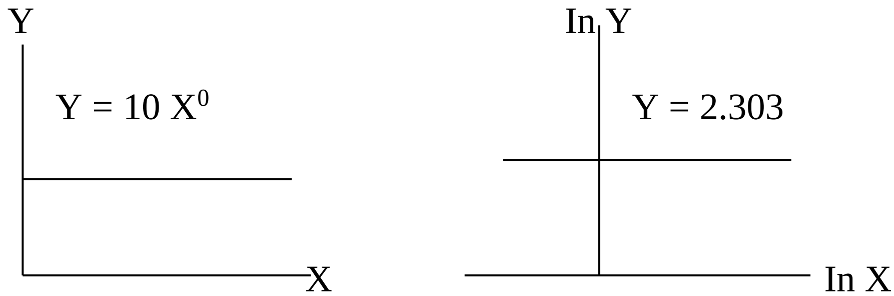




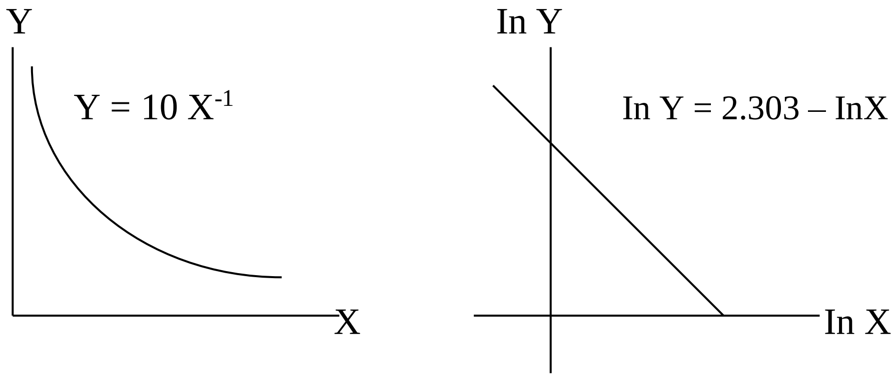
الحالة الثانية : $b_1 = 1$



الحالة الثالثة : $b_1 > 1$



الحالة الرابعة : $b_1 = 0$



الحالة الخامسة : $b_1 < 0$

الشكل رقم (4)

5− النموذج نصف اللوغاريتمي The Semi -Log Model :

ويأخذ النموذج الصورة التالية :

$$Y = b_0 + b_1 \text{ In } X$$

إن الأثر الحدي لـ X على Y ، طبقا لهذه المعادلة يكون كما يلي :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = b_1 \left(\frac{1}{X} \right)$$

وبالنظر إلي هذه المعادلة يلاحظ ما يلي :

1- إذا كانت b_1 موجبة ، فان الزيادة في X سوف تؤدي إلي زيادة Y بمعدل متناقص .

2- إذا كانت b_1 سالبة ، فان الزيادة في X سوف تؤدي إلي انخفاض Y بمعدل متناقص .

أما الأثر النسبي لـ X على Y طبقا للمعادلة السابقة يكون كما يلي :

$$E_{YX} = \frac{b_1}{X} * \frac{X}{Y} = \left(\frac{b_1}{Y} \right)$$

وتوضح هذه المعادلة إن المرونة ليست ثابتة . ويضم الشكل التالي باقي الحالات الخاصة بالصيغة نصف اللوغاريتمية . ويلاحظ إن هذه الصيغة تشبه الصيغة العكسية ، باستثناء إن الصيغة الأولى ليس لها حد أعلي أو حد ادني .

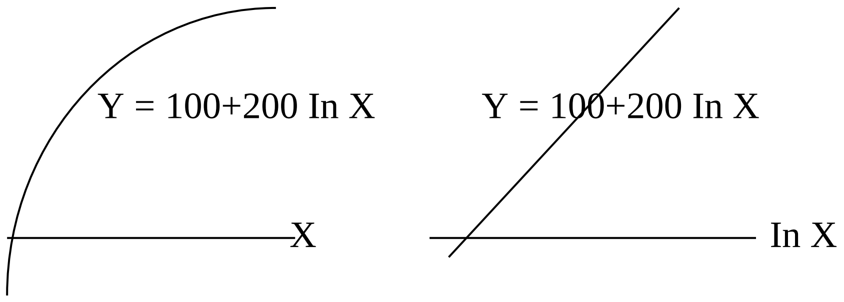
6- النموذج الآسي The Exponential Model :

ويأخذ النموذج المعادلة التالية :

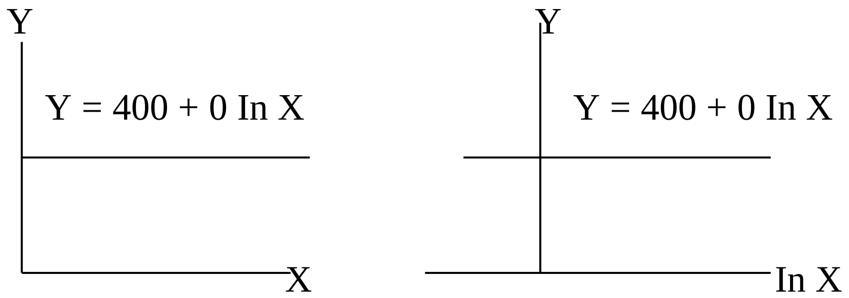
$$\text{In } Y = b_0 + b_1 X$$

وتشبه هذه الصيغة المعادلة نصف اللوغاريتمية باستثناء إن المتغير التابع يتم قياسه بوحدات اللوغاريتم الطبيعي ، ويمكن كتابه المعادلة السابقة على النحو التالي :

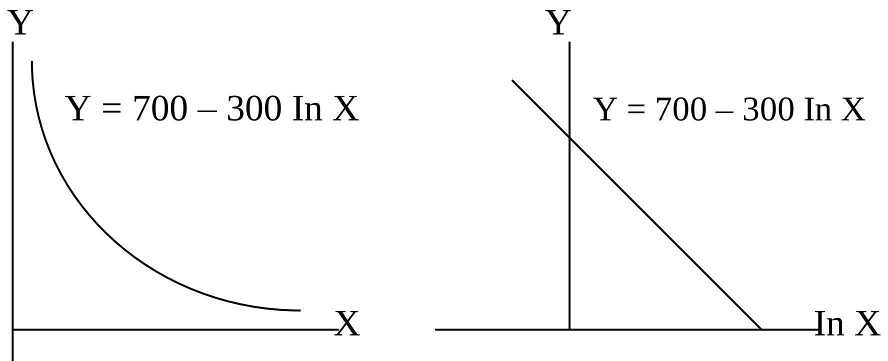
$$\mathbf{Y = e^{b\ +b\ x}}$$



الحالة الأولى : $b_1 > 0$



الحالة الثانية : $b_1 = 0$

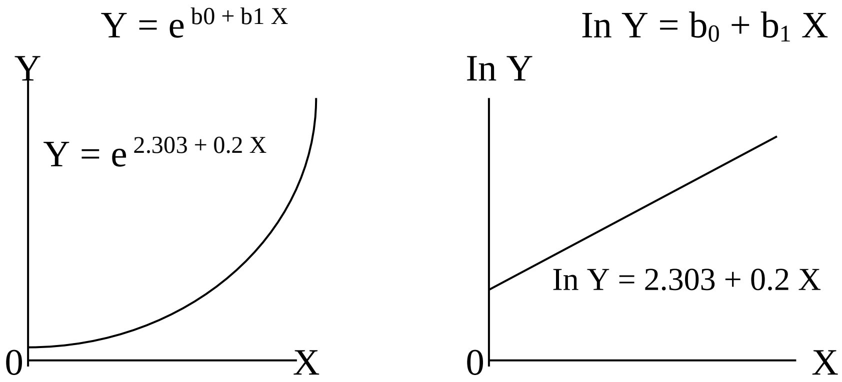


الحالة الثالثة : $b_1 < 0$

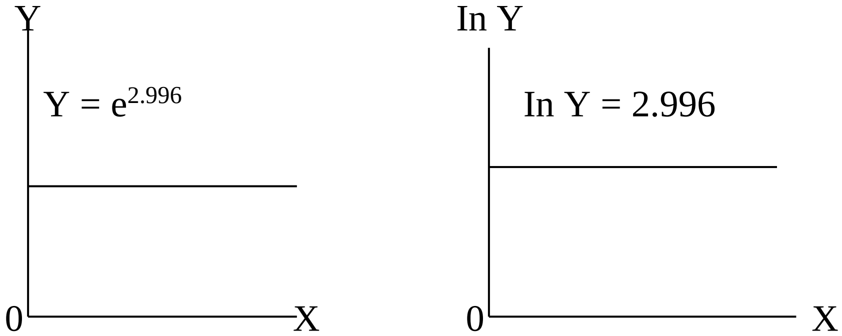
شكل رقم (5)

الأشكال المختلفة للنموذج نصف لوغاريتمي

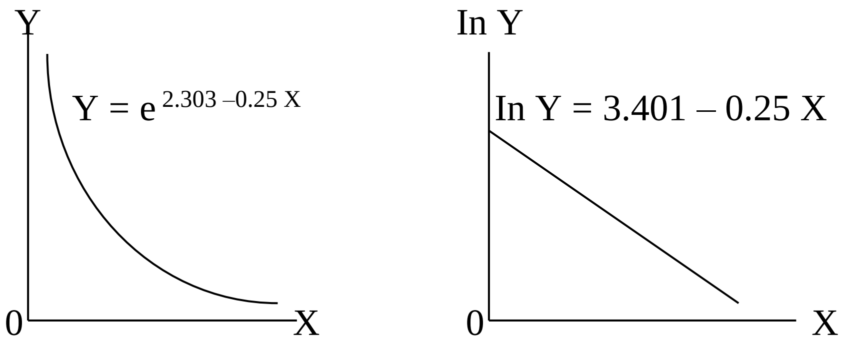
ويوضح الشكل التالي الحالات المختلفة للصيغة الآسية :



الحالة الأولى : $b_1 > 0$



الحالة الثانية : $b_1 = 0$



الحالة الثالثة: $b_1 < 0$

شكل رقم (6)

الأشكال المختلفة للنموذج الاسي

حيث e أساس اللوغاريتم الطبيعي وهو يساوي 2.71828 .

ويتم تقدير المعادلة السابقة بانحدار $Y^* = \ln Y$ على X كما هو موضح فيما سبق .

إما الأثر الحدي لـ X على Y فيتم الحصول عليه كما يلي :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = b_1 e^{b + b\ x}$$

أما الأثر النسبي لـ X على Y فيتم الحصول عليه كما يلي :

$$E_{YX} = b_1 e^{b + b\ X} \frac{X}{e^{b + b\ X}} = b_1 X$$

هذا ويوضح الجدول التالي ملخصا لأهم خصائص النماذج السابقة :

الصيغة غير الخطية	الصيغة الخطية	الأثر الحدى $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ (الميل)	الأثر النسبي $\frac{\Delta Y}{\Delta X} / \frac{Y}{X}$ (المرونة)	نوع الصيغة
---	$Y = b_0 + b_1 X$	b_1	$b_1 \left(\frac{X}{Y}\right)$	الصيغة الخطية
---	$Y = b_0 + b_1 \left(\frac{1}{X}\right)$	$-b_1 \left(\frac{1}{X^2}\right)$	$-b_1 \left(\frac{1}{XY}\right)$	الصيغة العكسية
---	$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$	$b_1 + 2 b_2 X$	$(b_1 + 2b_2 X) \left(\frac{X}{Y}\right)$	الصيغة التربيعية
$Y = b_0 X^b$	$\ln Y = \ln b_0 + b_1 \ln X$	$b_1 \left(\frac{Y}{X}\right)$	b_1	الصيغة اللوغاريتمية المزدوجة
$e^Y = e^b X^b$	$Y = b_0 + b_1 \ln X$	$b_1 \left(\frac{1}{X}\right)$	$b_1 \left(\frac{1}{Y}\right)$	الصيغة النصف اللوغاريتمية
$Y = e^{b + b X}$	$\ln Y = b_0 + b_1 X$	$e^{b + b X}$	$b_1 X$	الصيغة الآسية

ثانيا : الانحدار البسيط The Simple Regression :

يتكون نموذج الانحدار البسيط (الخطي وغير الخطي) من متغير تابع ومتغير مستقل واحد ، وفيما يلي الموضوعات الرئيسية ذات الصلة بنموذج الانحدار البسيط .

1- تحديد نموذج الانحدار الخطي البسيط :

يمكن صياغة نموذج الانحدار الخطي البسيط كما يلي :

$$Y_i = \alpha + b X_i + \in_i \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots , N$$

حيث إن :

Y = قيمة المتغير التابع .

X = قيمة المتغير المستقل .

$\in$ = حد الخطأ .

$\propto , b$ = قيم معاملات الانحدار .

N = عدد المشاهدات .

ويرجع وجود الخطأ إلي عدة أسباب منها :

1- إهمال بعض المتغيرات المستقلة – التي يمكن إن تؤثر على المتغير التابع – في النموذج .

2- الصياغة الرياضية غير السليمة للنموذج .

3- حدوث خطأ في كل من تجميع البيانات وقياس المتغيرات الاقتصادية .

ويلاحظ انه إذا كانت القيم الفعلية لـ $\propto$,b ,$\in$ معروفة من قبل ، فليس هناك حاجة لاستخدام الاقتصاد القياسي . وحيث إن القيم الفعلية لـ $\propto$,b ,$\in$ نادرا ما تكون معروفة سلفا ، فانه يجب تقديرها تقديرا جيدا ، ويتم ذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية .

2- فروض نموذج الانحدار الخطي البسيط :

لكـي يمكـن اسـتخدام طريقـة المربعـات الصـغرى العاديـة ، يجـب تـوافر الفروض التالية :

الفرض الأول :

إن المتغير التابع يكون دالة خطية في المتغير المستقل مضافا إليه حد الخطأ ، فمثلا إذا كان نموذج الانحدار المراد تقديره يأخذ الصيغة الآسية التالية:

$$Y_i = X_i^b \, e^{\in i} \qquad (2)$$
$$i = 1, 2, \ldots , N$$

حيث e عبارة عن أساس اللوغاريتم الطبيعي ويساوي 2.71828 ، فانه لكي نحصل على تقدير جيد للمعادلة رقم (2) ، يجب تحويل نموذج الانحدار السابق إلي نموذج الانحدار التالي :

$$\ln Y_i = b \ln X_i + \in i \qquad (3)$$

ويترتب على إسقاط هذا الافتراض حدوث أخطاء تحديد Specification Errors وتتمثل هذه الأخطاء فيما يلي :

1- تحديد خاطئ للمتغيرات المستقلة Wrong Regressors :

ويتمثل ذلك في إغفال متغيرات مستقلة هامة في نموذج الانحدار المراد تقديره أو احتواء هذا النموذج على متغيرات غير هامة .

2- العلاقة الحقيقة غير خطية Non – Linearity :

أي إن العلاقة الحقيقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل قد تكون غير خطية .

3- تغير معاملات الانحدار Changing Parameters :

أي إن معاملات الانحدار قد لا تظل ثابتة أثناء الفترة الزمنية التي تم تجميع البيانات عنها .

الفرض الثاني :

إن القيمة المتوقعة لحد الخطأ تكون مساوية للصفر أي $E\ (\in_i\ ) = 0$ ، ويعني هذا إن الوسط الحسابي لحد الخطأ لكل مستوي من X يساوي صفر وان المتغير X يكون ثابت . ويترتب على إسقاط هذا الافتراض ، حدوث مشكلة تحيز الحد الثابت .

الفرض الثالث :

إن تباين حد الخطأ يكون ثابت ، ومن ثم فان حدود الأخطاء يكون لها نفس التباين Homoscedasticity أي $Var\ (\in_i\ ) = E\ (\in_i^2\ ) = \sigma^2$.

ويترتب على إسقاط هذا الافتراض ، حدوث مشكلة ثبات تباين حد الخطأ أي إن حدود الأخطاء ليس لها نفس التباين Heteroscedasictity .

الفرض الرابع :

إن حد الخطأ لمشاهدة ما لا يرتبط بحد الخطأ في مشاهدة أخري أي $E(\in_i \in_j) = 0$ حيث $i \neq j$.

ويترتب على إسقاط هذا الافتراض ، حدوث مشكلة الارتباط الذاتي Autocorrelation .

الفرض الخامس :

إن حد الخطأ يكون مستقل عن المتغير المستقل بالنسبة لكل مشاهدة ويستلزم ذلك إن يكون التغاير (Cov) لكل من $X_i\ ,\ \in_i$ معا مساويا للصفر أي: $Cov\ (\ X_i\ \in_i\ ) = E\ (\ X_i\ \in_i\ ) = 0$.

الفرض السادس :

إن حد الخطأ موزع توزيعا طبيعيا ، ويسمح هذا الافتراض باختبار الفروض .

الفرض السابع :

إن درجات الحرية ($DF = N - K + 1$) يجب إن تكون موجبة أي يجب إن تكون $N > K + 1$.

حيث إن :

N = عدد المشاهدات.

K = عدد المتغيرات المستقلة.

$K + 1$ = عدد معاملات الانحدار المقدرة.

DF = درجات الحرية.

3- التقدير الإحصائي لمعاملات انحدار النموذج الخطي البسيط :

يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير $\propto$, b, $\in$ ، وبتطبيق هذه الطريقة على المعادلة رقم (1) ينتج ما يلي :

$$Y_i = \alpha + b X_i + e_i \qquad (4)$$
$$i = 1, 2, \ldots.., N$$

حيث إن :

Y = القيمة المقدرة للمتغير التابع .

$\propto , b$ = القيم المقدرة لمعاملات الانحدار .

e = القيمة المقدرة لحد الخطأ .

ويتم تقدير $\in, \propto, b$ على الترتيب كما يلي :

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \qquad (5)$$

حيث إن :

$$x_i = (X_i - \overline{X}) \qquad (6)$$
$$y_i = (Y_i - \overline{Y}) \qquad (7)$$
$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{N} \qquad (8)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} \qquad (9)$$

$$\propto = \bar{Y} - b\,\bar{X} \qquad (10)$$

$$e_i = (Y_i - Y_i) \qquad (11)$$

$$= Y_i - \propto - b\,X_i$$

حيث إن :

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي لـ X .

$\bar{Y}$ = الوسط الحسابي لـ Y .

4– تقدير التباين والخطأ المعياري لثوابت النموذج :

يمكن إيضاح كيفية تقدير التباين والخطأ المعياري للقيم المقدرة لمعاملات انحدار النموذج الخطي البسيط على النحو التالي :

$$Var(b) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \qquad (12)$$

$$SE(b) = \sqrt{Var(b)} \qquad (13)$$

$$Var(\propto) = \frac{\sigma^2 \sum X_i^2}{N \sum x_i^2} \qquad (14)$$

$$SE(\propto) = \sqrt{Var(\propto)} \qquad (15)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum e_i^2}{DF} \qquad (16)$$

حيث إن :

Var = التباين

SE = الخطأ المعياري

σ^2 = التباين المقدر لحد الخطأ

DF = درجات الحرية (N – K + 1)

5- تقدير معامل التحديد (R^2) :

يقيس معامل التحديد (R^2) نسبة التغير في المتغير التابع نتيجة تغير المتغير المستقل ، وبعبارة أخري يوضح (R^2) نسبة مساهمة المتغير المستقل في التغير الحادث في المتغير التابع . ويتم استخدام (R^2) لقياس جودة توفيق معادلة الانحدار المقدرة . وتقع قيمة (R^2) بين الصفر والواحد الصحيح ، أي إن $0 \le R^2 \le 1$ ، ولاحظ إن قيمة (R^2) لا يمكن إن تكون سالبة . ومن ثم يمكن التمييز بين حالتين كما يلي :

1- إذا كانت $R^2 = 1$ ، فان هناك علاقة معنوية تامة بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، ويعني ذلك أن 100% من التغير في المتغير التابع (Y) يرجع إلي التغير في المتغير المستقل (X) . أي انه ليس هناك متغيرات مستقلة أخري خلاف X تؤثر على Y . لاحظ انه كلما قربت قيمة R^2 من الواحد الصحيح كلما زادت الثقة في التقدير .

2- إذا كانت $R^2 = 0$ ، فليس هناك علاقة **خطية** بين المتغير المستقل (X) والمتغير التابع (Y) .

ويتم تقدير R^2 كما يلي :

$$R^2 = \frac{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{RSS}{TSS}$$

$$= 1 - \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \qquad (17)$$

أو

$$R^2 = b^2 \left(\frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} \right)$$

أو

$$R^2 = b^2 \ (S_X^2)/ S_Y^2 \ )$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N-1}}$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N-1}}$$

حيث إن :

RSS = مجموع مربعات الانحدار .

ESS = مجموع مربعات الخطأ .

TSS = مجموع المربعات الكلي (RSS + ESS) .

S_Y , S_X = الانحراف المعياري لكل من Y , X على الترتيب .

S^2_Y , S^2_X = التباين لكل من Y , X على الترتيب .

6- تقدير معامل الارتباط (R) :

يقيس معامل الارتباط البسيط (R) درجة العلاقة بين متغيرين فقط ، وتقع قيمة (R) بين 1– و 1+ أي إن $-1 \leq R \leq +1$.

ومن ثم يمكن التمييز بين ثلاثة حالات على النحو التالي :

1- إذا كانت $R = 1$ فان هناك علاقة خطية تامة موجبة بين المتغيرين محل الدراسة . ويعني ذلك إن الزيادة في قيم أحد المتغيرين سوف تؤدي إلي زيادة قيم المتغير الأخر .

2- إذا كانت $R = -1$ فان هناك علاقة خطية تامة سالبة بين المتغيرين محل الدراسة . ويعني ذلك إن الزيادة في قيم أحد المتغيرين سوف تؤدي إلي انخفاض قيم المتغير الأخر .

3- إذا كانت $R = 0$ فليس هناك علاقة بين قيم المتغيرين محل الدراسة .

ويتم تقدير R كما يلي :

$$R = \frac{Cov(X, Y)}{S_X S_Y} \qquad (18)$$

$$R = b \left(\frac{\sum x_i}{\sum y_i} \right) \qquad \text{أو} \qquad (19)$$

$$R = b \left(\frac{S_X}{S_Y} \right) \qquad \text{أو} \qquad (20)$$

$$R = \underline{+} \sqrt{R^2}$$

$$Cov(X, Y) = \frac{\sum x_i y_i}{N - 1}$$

حيث إن R^2 عبارة عن مربع R , Cov تعني التغاير .

7- خصائص القيم المقدرة لمعاملات الانحدار الخطي البسيط :

يتضح مما سبق إن تقديرات طريقة المربعات الصغرى العادية e, b, ∝ حيث يتميز بالخصائص التالية :

1- المقدرات خطية Linear Estimators :

يقصد بالمقدرات خطية إن كل من ∝ , b على حدة ، دالة خطية في مشاهدات المتغير التابع فقط .

2- المقدرات غير متحيزة Unbiased Estimators :

يقصد بالمقدرات غير متحيزة إن كل من ∝ ,b غير متحيزة ، ويحدث ذلك عندما :

$$E(\propto) = \propto$$

$$E(b) = b$$

حيث إن :

$E(\propto)$ = القيمة المتوقعة للقيمة المقدرة لـ $\propto$.

$E(b)$ = القيمة المتوقعة للقيمة المقدرة لـ b .

3- تباين المقدرات اقل ما يمكن Minimum – Variance Estimators:

يقصد بتباين المقدرات اقل ما يمكن إن تباين كل من $\propto$, b كل على حده اقل ما يمكن . ويحدث ذلك عندما يكون تباين كل من $\propto$, b على حده اقل من تباين أي قيمة مقدرة أخري أي :

$$Var(\propto) < Var(\propto)$$
$$Var(b) < Var(b)$$

حيث إن :

$\propto$ = القيمة المقدرة الأخرى لـ $\propto$.

b = القيمة المقدرة الأخرى لـ b .

ويلاحظ إن افضل المقدرات هي التي يكون تباينها اقل ما يمكن ، كما يلاحظ إن التقديرات تكون كفؤه إذا توافرت كل من الخاصيتين الثانية والثالثة (المقدرات غير متحيزة وتباين المقدرات اقل ما يمكن) . وبالتالي يمكن القول إن تحقيق خاصية المقدرات غير متحيزة فقط ليس له أهمية ، ويكون لهذه الخاصية أهمية إذا اقترنت بخاصية تباين المقدرات اقل ما يمكن .

ومما سبق يمكن القول بان تقديرات طريقة المربعات الصغرى العادية هي افضل مقدرات خطية غير متحيزة Best Linear Unbiased Estimators . (BLUEs)

مثـــال : يعطي الجدول التالي الإنفاق الاستهلاكي الشخصي (Y_i) والدخل المتاح للإنفاق (X_i) ، كليهما بالمليون جنيه لإحدى الدول من عام 91 إلي عام 2000 . وبفرض إن X_i دالة خطية في Y_i المطلوب حساب ما يلي :

1- معادلة الانحدار $Y = a + b X$.

2- تباين معاملات الانحدار .

3- الخطأ المعياري لمعاملات الانحدار .

4- معاملي التحديد والارتباط .

السنة	Y_i	X_i
1991	70	80
1992	65	100
1993	90	120
1994	95	140
1995	110	160
1996	115	180
1997	120	200
1998	140	220
1999	155	240
2000	150	260

الحـل :

يوضح الجدول التالي البيانات المستخدمة في تقدير $\propto$, b وتباين كل من $\propto$, b والخطأ المعياري لكل من $\propto$, b , R, R^2 ومن هذا الجدول يمكن إيجاد المطلوب على النحو التالي :

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{1110}{10} = 111$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{1700}{10} = 170$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{16800}{33000} = 0.509$$

جدول البيانات المستخدمة

ملحوظة هامة جدا

يستكمل الجدول بالعرض من صفحة رقم 45 من الكتاب

$$\propto = \bar{Y} - b\,\bar{X} = 111 - [\,(0.509)\,(170)\,] = 24.47$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum e_i^2}{DF} = \frac{337.273}{8} = 42.159$$

$$Var\,(b) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} = \frac{42.159}{33000} = 0.001$$

$$SE\,(b) = \sqrt{Var\,(b)} = \sqrt{0.001} = 0.032$$

$$Var(\propto) = \frac{\sigma^2 \sum X_i^2}{N \sum x_i^2} = \frac{[(42.159)\,(322000)]}{[(10)\,(33000)]} = 41.137$$

$$SE\,(\propto) = \sqrt{Var\,(\propto)} = \sqrt{41.137} = 6.414$$

$$R^2 = b^2 \left(\frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} \right)$$

$$= (0.509)^2 \left(\frac{33000}{8890} \right) = 0.962$$

أو

$$R^2 = b^2 \left(\frac{S_X^2}{S_Y^2} \right)$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{33000}{9}} = 60.553$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{8890}{9}} = 31.429$$

$$R^2 = (0.509)^2 \left[\frac{(60.553)^2}{(31.429)^2} \right] = 0.962$$

ومعني $R^2 = 0.96$ إن 96% من التغير في Y يرجع إلي تغير X . أما الباقي وهو 4% يرجع إلي التغير في متغيرات أخري .

$$R = \frac{Cov(X, Y)}{S_X S_Y}$$

$$Cov(X, Y) = \frac{\sum x_i y_i}{N-1} = \frac{16800}{9} = 1866.6$$

$$R = \frac{1866.6}{[(60.553)(31.429)} = 0.981$$

ومعني $R = 0.98$ إن هناك علاقة خطية قوية موجبة بين Y, X .

8- تقديرات معاملات انحدار النموذج غير الخطي :

مثـــال تطبيقي :

بفرض إن نموذج الانحدار غير الخطي البسيط المراد تقديره كان كما يلي :

$$Y_i = \propto e^{bX} \qquad (21)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots, N$$

حيث إن :

Y = الناتج القومي الإجمالي .

X = الزمن

$b, \propto$ = معاملات الانحدار

e = أساس اللوغاريتم الطبيعي ويساوي 2.71828 .

وان بيانات هذا النموذج معطاة في الجدول التالي والمطلوب :

1- تقدير معاملات الانحدار .

2- إيجاد معدل النمو السنوي المركب للناتج القومي الإجمالي .

Y_i	X_i
12.18	1
20.09	2
33.12	3
54.60	4
90.02	5
148.41	6
244.69	7
403.43	8
665.14	9
1096.63	10
1808.04	11
2980.96	12
4914.77	13
8103.08	14
13359.70	15
22026.50	16
36315.50	17
59874.10	18
98715.80	19
162755.00	20

الحــل :

1- تقدير معاملات الانحدار :

لكـي يمكـن تقـدير المعادلـة رقـم (21) بطريقـة المربعـات الصـغرى العاديـة يجب تحويلها إلي معادلة خطية كما يلي :

$$\text{In } Y_i = \text{In } \propto \;+ b\, X_i \qquad (22)$$

وبوضع:

$$\text{In } Y_i = Y_i^*$$

$$\text{In } \propto = \propto^*$$

فان المعادلة رقم (22) تصبح كما يلي :

$$Y_i^* = \propto^* \;+ b\, X_i^* \qquad (23)$$

ويوضح الجدول التالي البيانات المستخدمة في تقدير معاملات الانحدار .

Y^*_i	X_i
2.5	1
3.0	2
3.5	3
4.0	4
4.5	5
5.0	6
5.5	7
6.0	8
6.5	9
7.0	10
7.5	11
8.0	12
8.5	13
9.0	14
9.5	15
10.0	16
10.5	17
11.0	18
11.5	19
12.0	20

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية فان المعادلة رقم (23) بعد تقديرها تصبح كما يلي :

$$Y_i^* = 2.0 \quad + 0.5\ X_i$$

فمثلا :

$$Y_i^* = 2.0 \quad + 0.5\ (1)$$
$$= 2.0 \quad + 0.5 = 2.5$$

أو

. . العدد المقابل للوغاريتم الـ $2.5 = 12.18$

$$\therefore\ Y_1 = 12.18$$

وهكذا يمكن الحصول على باقي القيم المقدرة للناتج القومي الإجمالي .

2- إيجاد معدل النمو السنوي المركب للناتج القومي الإجمالي :

$$g = (\ e^b - 1\ )\ 100$$

حيث إن :

g = معدل النمو السنوي المركب للناتج القومي الإجمالي .

e^b = العدد المقابل للوغاريتم b .

$$g = [(2.71828)^{0.5} - 1\ ]100$$
$$= (1.65 - 1)\ 100 \quad = 65\%$$

ومعني g =65% إن الناتج القومي الإجمالي يزيد كل سنة بمعدل 65%

.

الباب الرابع

الارتباط والانحدار لأكثر من متغيرين

لقد ناقشنا مسبقا العلاقة بين متغيرين ، ولكننا في هذا الجزء سنهتم بالعلاقة بين المتغير التابع (Dependent Variable) واكثر من متغير مستقل (Independent Variable) فمثلا قوانين العرض والطلب تتضمن العلاقة بين السعر (المتغير التابع) ومتغيرين هما العرض والطلب . فمثلا عند الاهتمام بالثروة الحيوانية سوف يؤثر على وزن الرأس كل من التوليفات المختلفة للعلائق ، أما بالنسبة للمحاصيل قد ترغب في دراسة اثر أنواع الأسمدة والعمالة والتقاوي وغيرها .

وفى حالة وجود علاقة بين اكثر من متغيرين فان الارتباط بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة يسمي الارتباط الكلي (Total Correlation) . أما الارتباط بين متغيرين بينما يوجد متغير أخر أو اكثر ، ونفترض مستواه يسمي الارتباط في هذه الحالة بالارتباط الجزئي (Partial Correlation) ، أما العلاقة المركبة بين متغير مع متغيرين أو اكثر يتغيران بالتبعية يسمي بالارتباط المتعدد (Multiple Correlation).

وبافتراض المتغير التابع (Y) الذي تتأثر كل قيمة من قيمة بقيم متغيرين آخران (X_1 , X_2) . فان الارتباط البسيط أو الارتباط الكلي بين (Y , X_1) هو ارتباط خطي ومعامل التحديد له هو [$R^2 = (\sum xy)^2 / \sum x^2 \sum y^2$]

حيث إن :

$$(\sum xy)^2 = [\sum (X - \overline{X})(Y - \overline{Y})]^2$$
$$\sum x^2 = \sum (X - \overline{X})^2$$
$$\sum y^2 = \sum (Y - \overline{Y})^2$$

أما الارتباط البسيط بين Y مع X_1 فيمكن التعبير عن مربعة (معامل التحديد) في الصورة التالية :

$$r^2_{YX} = \frac{(\sum x_1\, y)^2}{\sum x_1^2 \quad \sum y^2}$$

وبالمثل فان الارتباط البسيط بين Y مع X_2 فيمكن التعبير عن مربعة في الصورة التالية :

$$r^2_{YX} = \frac{(\ \sum x_2\, y)^2}{\sum x_2^2 \quad \sum y^2}$$

وأخيرا فأننا لحساب معاملات الارتباط الجزئية وكذلك معاملات الارتباط المتعددة ، فأننا في احتياج لحساب معامل الارتباط البسيط الثالث بين (X_2, X_1) في صورته التربيعية حيث يمكن إيجاده في الصورة التالية :

$$r^2_{X\,X} = \frac{\sum x_2\, x_1}{\sum x_2^2 \quad \sum x_1^2}$$

أما الارتباط الجزئي بين $(X_1\ ,\ Y)$ بافتراض ثبات (X_2) فيرمز له بالرمز $R_{YX\,.\,X}$ ويحسب باستخدام معاملات الارتباط البسيطة كما يلي :

$$R^2_{YX\,.\,X} = \frac{(\ r_{YX}\ -\ r_{YX}\ r_{X\,X}\ )^2}{(1 - r^2_{X\,X})\ \ (1 - r^2_{Y\,X})}$$

وبالمثل فان الارتباط الجزئي بين $(X_2\ ,\ Y)$ بافتراض ثبات (X_1) يمكن الحصول عليه من الجذر التربيعي للعلاقة التالية :

$$R^2_{YX\,.\,X} = \frac{(\ r_{YX}\ -\ r_{YX}\ r_{X\,X}\ )^2}{(1 - r^2_{X\,X})\ \ (1 - r^2_{Y\,X})}$$

ويرمز لمعامل الارتباط المتعدد بالرمز ($R_{Y.X\ X}$) وهو يقيس العلاقة المركبة بين (X_1 , X_2) مع Y ويرمز له للتبسيط في صورته التربيعية كما يلي :

$$R^2_{Y.X\,X} = \frac{r^2_{YX} + r^2_{YX} - 2\, r_{YX}\, r_{YX}\, r_{X\,X}}{(1 - r^2_{X\,X})}$$

وكلما أضيف متغير مستقل أخر كلما تزايدت قيمة معامل الارتباط

المتعدد وكلما زاد عدد معاملات الارتباط البسيطة والجزئية .

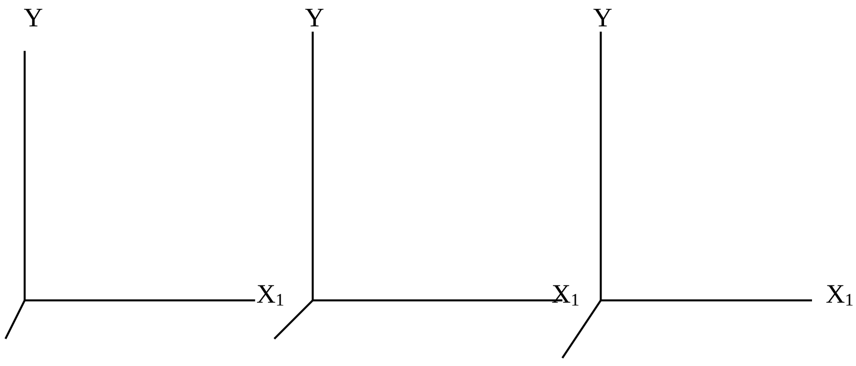
وفى حالة متغيرين فقط يمكن توضيح العلاقة بين المتغيرين على محورين في الشكل الانتشارى ويمكن تمثيل العلاقة في صورة خط الانحدار . أما في حالة تعدد المتغيرات فان الشكل الانتشارى يكون في شكل قطع ناقص (Ellipse) . وكلما ضاق هذا القطع الناقص كلما دل على ارتباط اكبر . وفى حالة ثلاثة متغيرات يمكن توضيح العلاقة على ثلاثة محاور وتظهر في شكل مجسم للقطع الناقص (Ellipsoid) .

إن تقدير القطع الناقص لـ (X_1,Y) يبين الارتباط البسيط بين (Y, X_1) ويأخذ قطاع خلال هذا المجسم للقطع الناقص وموازي للمحورين (X_1 , Y) يبين الارتباط الجزئي بين (Y, X_1) في حالة ثبات (X_2) ويكتب ($R_{YX\,.X}$) .

ويبين الشكل التالي حالات مختلفة للعلاقة بين (X_1 , Y) وفى حالة وجود مستويات مختلفة من المتغير (X_2) ، ويلاحظ إن معامل الارتباط البسيط ممكن إن يكون منخفض ولكن معامل الارتباط الجزئي قد يكون مرتفع ، والعكس صحيح . بل حتى إن هذان المعاملان قد يكونان مختلفان في الإشارة .

إن معامل الارتباط المتعدد (R) يبين مدي التقارب لنقاط المشاهدات داخل مجسم القطع الناقص حول خط أو مجسم الانحدار وغالبا فان قيمة (R)

دائما موجبة تتراوح بين الواحد الصحيح والصفر . وهذا بالإضافة إلي إنها على الأقل قيمتها اكبر من أعلي قيمة لأي من معاملات الارتباط البسيطة أوالجزئية . وهذه الحقيقة يمكن استخدامها كاختبار جيد للعمليات الحسابية التي يقوم بها الباحث .



شكل رقم (8)

ولا يعنينا فقط عند دراسة أي علاقة اقتصادية هو التعرف على معاملات الارتباط بل غالبا ما تهدف الدراسات الاقتصادية إلي دراسة طبيعة العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية ، وما هو معدل التغير في (Y) الذي يرجع إلي تغير مقداره الوحدة بالنسبة للمتغيرات المستقلة . وللإجابة على ذلك فنحن في احتياج إلي تقدير معلمات المعادلة التالية :

$$Y = \propto + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

حيث إن المعلمات $(b_1 \ , \ b_2)$ يسميان معاملات الانحدار الجزئية وان افضل معادلة رياضية تعبر عن العلاقة بين المغيرات المستقلة والمتغير التابع هي العلاقة التي تجعل مجموع مربع انحرافات قيم المتغير(Y) عن القيمة المقدرة لـ (Y) اقل ما يمكن- أي إن مجموع مربعات الخطأ أو البواقي اقل ما يمكن . ولإيجاد قيم $(\propto, b_1, \ b_2)$ وفقا لهذا الاعتبار فأننا نعمل على حل المعادلات الطبيعية التالية (ممكن استخدام هذا النظام في حالة اكثر من ثلاثة متغيرات) .

$$\propto n \quad + b_1 \sum X_1 \quad + b_2 \sum X_2 \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots = \sum Y$$

$$\propto \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 \quad + b_2 \sum X_1 X_2 + \dots\dots\dots.. = \sum X_1 Y$$
$$\propto \sum X_2 + b_1 \sum X_2 X_1 \; + b_2 \sum X_2^2 \quad + \dots\dots\dots.. = \sum X_2 Y$$

ويمكن إجراء الحسابات بصورة مختصرة عن طريق إعادة كتابه هذه المعادلات ولكن في صورة انحرافات عن المتوسطات الحسابية لكل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة وذلك بدلا من كتابة قيم هذه المتغيرات في الصورة المطلقة . وحيث إن مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي لأي متغير يساوي الصفر فان $\sum x_1 = \sum x_2 = 0$ وكذلك $\sum y = 0$.

وبالتالي فان المعادلة الطبيعية الأولى في نظام المعادلات السابق الإشارة إليه يمكن إغفالها وكذلك يمكن إغفال الحد الأول (المعلم الأول) من المعادلات الباقية ليصبح نظام المعادلات الطبيعية في الصورة التالية :

$$b_1 \sum x_1^2 \quad + b_2 \sum x_1 x_2 + \dots\dots\dots.. = \sum x_1 y$$
$$b_1 \sum x_2 x_1 \; + b_2 \sum x_2^2 \quad + \dots\dots\dots.. = \sum x_2 y$$

وبحل هذه المعادلات لإيجاد قيم الثوابت (b_n) فأننا نحصل على معادلة الانحدار في الصورة التالية :

$$Y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \; \dots\dots\dots\dots$$

أما إذا كنا نرغب في حساب معادلة الانحدار في صورة القيم الأصلية فانه يمكننا حساب قيمة ($\propto$) حيث :

$$\propto = \overline{Y} - b_1 \overline{X_1} - b_2 \overline{X_2} - \dots\dots..$$

وعندئذ يمكن تقدير Y في الصورة التالية :

$$Y = \propto + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots\dots..$$

واليك مجموعة المعادلات التي تستخدم في تقدير معلمات المعادلات في حالة القيم الأصلية في الاستعانة بالمصفوفات في إيجاد قيم هذه الثوابت إذا كان لدينا المتغير (Y) يتأثر بالعديد من قيم المتغيرات المستقلة (X_i) والبالغ عددها

(K) متغيـر مسـتقل وكـان عـدد المشـاهدات موضـع الدراسـة يمثـل (n) مشـاهدة فيمكن تلخيص طريقة تقدير الثوابت فيما يلي :

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} \ldots\ldots\ldots\ldots X_{K1} \\ 1 & X_{22} \ldots\ldots\ldots\ldots X_{K2} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ 1 & X_{2n} \ldots\ldots\ldots\ldots X_{Kn} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \qquad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

وبالتقدير لقيم الثوابت b بطريقة المربعات الدنيا

$$[\ b\ ] = [\ X \ \ X\ ]^{-1} \ [\ X\ Y\ ]$$

أما افضل تقدير فيتحقق عندما

$$V\ [\ b\ ] = S^2\ [\ X \ \ X\ ]^{-1}$$ تباين الثوابت

حيث :

$$S^2 = \frac{e\ e}{N - K} = \frac{Y\ Y - b\ X\ Y}{N - K} = \frac{Y\ Y\ (1 - R^2)}{N - K}$$

ومن ثم فان معامل الارتباط المتعدد ومربعة معامل التحديد يعبر عنه في

الصورة التالية :

$$R^2_{Y\,.\,X\ X\,\ldots\ldots\,X} = \frac{b\ X\ Y - (1/n)\ (\sum Y)^2}{}$$

$$Y\,Y - (1/n)\,(\sum Y)^2$$

وبالتالي فأننا يمكننا تقدير قيمة (F) المحسوبة لهذه العلاقة كما يلي :

$$F = \frac{R^2 / (K - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)}$$

بدرجات حرية ($K - 1$ & $n - K$) يمكن اختبار قيمة (F) عند مستوي الثقة المطلوب . وكذلك يمكن حساب (T) لثوابت المعادلة كما يلي :

$$T = \frac{b_i - (b_{i=0})}{S\sqrt{\propto_{ij}}}$$

وبدرجات حرية ($n - K$) عند مستوي المعنوية المطلوب حيث $\propto_{ij}$ هي القيم التي على المحور في معكوس المصفوفة $[X\,X]^{-1}$.

وكذلك يمكن حساب التقدير المرحلي للثوابت (b_i) لكل ثابت أو معلم b_i

$$\pm\, T_{(½\,,\,n-k)}\ S\ \sqrt{\propto_{ij}}$$

أما في حالة الرغبة في التسهيل فأننا نستخدم صورة الانحرافات لتقدير معالم الدالة وممكن وضع المعادلات السابقة في صورة انحرافات كما يلي :

حيث يجب إن نراعي

$$y_i = (Y_i - \overline{Y}_i) \qquad x_i = (X_i - \overline{X}_i) \qquad x_j = (X_j - \overline{X}_j)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} \ldots\ldots\ldots\ldots X_{K1} \\ 1 & X_{22} \ldots\ldots\ldots\ldots X_{K2} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ 1 & X_{2n} \ldots\ldots\ldots\ldots X_{Kn} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \qquad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

ومن هذه المصفوفات والمتجهات نستنتج إن :

$$[b] = [x x]^{-1} \; [x y]$$

تباين الثوابت $V [b] = S^2 [x x]^{-1}$

$$S^2 = \frac{e\ e}{N - K}$$

$$R^2_{Y . X X .... X} = \frac{b\ x\ y}{y\ \ y}$$

$$F = \frac{R^2 / (K - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)}$$

$$T = \frac{b_i - (b_{i=0})}{S \sqrt{\propto_{ij}}}$$

مثــال :

افتراض إن العلاقة بين واردات جمهورية مصر العربية (Y) في صورة أرقام قياسية بالنسبة لقيمة هذه الواردات في عام 1990 (تعتبر أسعار هذه السنة أسعار سنة الأساس) وبين (X_2) الأرقام القياسية لنمو الناتج القومي بأسعار عام 1990 كسنة أساس كذلك (X_3) يعبر عن النسبة بين الأرقام القياسية لأسعار الواردات وإجمالي إنتاج الجمهورية في سنوات الدراسة ويبين الجدول التالي :

السنة	Y	X_2	X_3
1990	100	100	100
1991	106	104	99
1992	107	106	110
1993	120	111	126

1994	110	111	113
1995	116	115	103
1996	123	120	102
1997	133	124	103
1998	137	126	98

ومن الجدول السابق يمكن حساب المجاميع التالية في صورة قيم مطلقة.

حيث إن : $n = 9$

$\sum Y = 1052$ $\quad \sum X_2 = 1017$ $\quad \sum X_3 = 954$

$Y = 116.9$ $\quad X_2 = 113$ $\quad X_3 = 106$

$\sum Y^2 = 124228$ $\quad \sum X_2^2 = 115571$ $\quad \sum X_3^2 = 101772$

$\sum Y X_2 = 119750$ $\quad \sum YX_3 = 111433$ $\quad \sum X_2X_3 = 107690$

ومما سبق يمكننا الوصول إلي :

$$X X = \begin{bmatrix} 9 & 1017 & 945 \\ 1017 & 115571 & 107690 \\ 954 & 107690 & 101772 \end{bmatrix} \qquad XY = \begin{bmatrix} 1052 \\ 119750 \\ 111433 \end{bmatrix}$$

ويمكن استكمال الحل بعد ذلك وإيجاد قيمة الثوابت وإجراء اختبارات المعنوية . ولكنه يفضل للتبسيط حل المثال السابق في صورة الانحرافات حيث تساعد هذه الطريقة على سرعة الحل وتجنب الأخطاء الحسابية .

$\sum y^2 = \sum Y^2 - (1/n) (\sum Y)^2 = 124228 - (1/9) (1052)^2 = 1260.89$

$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - (1/n) (\sum X_2)^2 = 115571 - (1/9) (1017)^2 = 650$

$\sum x_3^2 = \sum X_3^2 - (1/n) (\sum X_3)^2 = 101772 - (1/9) (954)^2 = 648$

$\sum y x_2 = \sum Y X_2 - (1/n) \sum Y \sum X_2 = 119750 - (1/9) (1052)(1017) = 874$

$\sum y x_3 = \sum Y X_3 - (1/n) \sum Y \sum X_3 = 111433 - (1/9) (1052)(954) = -79$

$\sum x_2 x_3 = \sum X_2 X_3 - (1/n) \sum X_2 \sum X_3 = 107690 - (1/9) (1017)(957) = -112$

وبالتالي فان :

$$\begin{bmatrix} 650 & -112 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 874 \end{bmatrix}$$

$(x\ x) =$ $\quad -112 \quad 648$ $\qquad (x\ y) =$ $\quad -79$

$|x\ x| = 408656$

$$(x\ x)^{-1} = \frac{1}{408656}\begin{bmatrix} 648 & 112 \\ 112 & 650 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0015868 & 0.00027407 \\ 0.00027407 & 0.00159058 \end{bmatrix}$$

ومن ثم يمكن إيجاد قيم الثوابت :

$$\begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = (b) = (x\ x)^{-1}\ (x\ y) = \begin{bmatrix} 1.36432379 \\ 0.11388140 \end{bmatrix}$$

وبالتالي يمكن إيجاد قيم b_1 بالتعويض في المعادلة التالية :-

$$b_1 = Y - b_2\ X_2 - b_3\ X_3$$

$$= 116.9 - (1.36432379)\ (113) - (0.1138814)\ (106) = -49.3297$$

وبالتالي يمكن إيجاد الصورة التقديرية (Y) كما يلي :

$$Y = -\ 49.3297 + 1.3643\ X_2 + 0.1139\ X_3$$

ويمكن إيجاد مجموع المربعات الذي يعزي إلي الانحدار :

$$b\ x\ y = 1183.3428$$

وحيث إن مجموع مربعات الانحرافات $\sum\ y^2 = 1260.89$ ، أذن

مجموع مربع الانحرافات عن القيم التقديرية أو مربع الأخطاء $e\ e = 77.55$.

ويمكن تلخيص النتائج السابقة بمختلف الأنواع من مجموع مربعات الانحرافات وكذلك متوسط مربعات الانحرافات بعد القسمة على درجات الحرية المناسبة في جدول تحليل التباين .

وبالكشف في جدول (F) بدرجات حرية (6 , 2) عند مستوي معنوية (0.01) فان $F_{0.01} = 10.925$ ، أي انه يوجد علاقة قوية معنوية إحصائيا بين الثلاثة متغيرات .

وبالمثل ممكن إيجاد قيمة معامل الارتباط المتعدد :

$$R^2_{Y.XX} = \frac{b\,x\,y}{\sum y^2} = \frac{1183.34}{1260.87} = 0.9385$$

أي إن 93.85% من المتغيرات التي طرأت على المتغير (Y) تعزي إلي (X_1 , X_2) .

جدول تحليل التباين

مصدر التباين source of variation	درجات الحرية DF	مجموع المربعات sum of squares	متوسط مربعات الانحرافاتMean squares	ف (F)
التباين الكلي	n –1 = 8	$\sum y^2 = 1260.89$		
تباين يعزي إلي الانحدار ويفسره المتغيران (X_1, X_2)	K–1 = 2	b X Y = 1183.34	591.67	$F = \frac{591.67}{12.93} = 45.76$
تباين يعزي إلي الخطأ أو تباين عن خط الانحدار	n –K = 9 – 3 = 6	e e = 77.55	$S^2 = 12.93$	

وكذلك يمكن اختبار معنوية الثوابت كما يلي :

$$T_b = \frac{b_2 - (b_{i=0})}{\sqrt{S}\ \sqrt{\propto_{ij}}} = \frac{1.36432399}{\sqrt{12.93}\ \sqrt{0.00159568}}$$

وحيث إن (T) الجدولية بدرجات حرية 6 ومستوي معنوية 0.5 تساوي 2.4469 كما يمكن المقارنة واثبات إن كان الثابت (b_2) معنوي أم لا ويمكن تكرار ذلك بالنسبة لـ (b_3) حيث إنه في هذه الحالة $\propto_{ij} = 0.00159058$.

وكذلك يمكن إيجاد التقدير المرحلي للثابت (b_2) كما يلي :

$$b_2 \mp T_{(½\ ,\ n-k)} \sqrt{S}\ \sqrt{\propto_{ij}}$$

$$1.3642328 \mp 2.4469\ \sqrt{0.00159568}\ \sqrt{12.93}$$

وبحل هذا المثال يكون في إمكان أي طالب للبحث العلمي تقدير معاملات الانحدار وكذلك معامل الارتباط الكلي واختبار معنوية معاملات الانحدار الجزئية والحكم على كفاءة النموذج الرياضي المستخدم ومدي علاقته لطبيعة البيانات الإحصائية .

مثــال :

واستكمالا لشرح معاملات الانحدار والارتباط الجزئية وكذلك معاملات الانحدار والارتباط المتعددة ، سوف نقوم بالتحليل الإحصائي لبعض البيانات الإحصائية المبينة لتأثير سماد تروجيني (X_1) ، وسماد فوسفاتي (X_2) على مدي إصابة درنات البطاطس بالأمراض والآفات الحشرية (Y) .

Y	X_1	X_2
2	96	40
14	82	36
15	121	30
15	88	42

16	100	28
27	114	26
48	71	33
54	94	26
58	74	15
68	36	35
82	36	25
83	43	15
91	58	26
97	31	25
98	38	24
101	56	11
128	24	22
140	37	11
163	10	24
179	14	10

حيث إن : $n = 20$

$\sum Y = 1479$ $\quad \sum X_1 = 1253$ $\quad \sum X_2 = 504$

$\sum Y^2 = 160545$ $\quad \sum X_1^2 = 99741$ $\quad \sum X_2^2 = 14364$

$(\sum Y)^2/20 = 109372.05$ $\quad (\sum X_1)^2/20 = 78500.45$ $\quad (\sum X_1)^2/20 = 12700.8$

$\sum y^2 = 51172.05$ $\quad \sum x_1^2 = 21240.55$ $\quad \sum x_2^2 = 1663.2$

$\sum Y X_1 = 63441$ $\quad \sum YX_2 = 30659.8$ $\quad \sum X_1X_2 = 39160$

$\sum Y \sum X_1/20 = 92659.35$ $\quad \sum Y\sum X_2/20 = 37270.8$ $\quad \sum X_1 \sum X_2/20 = 31575.6$

$\sum yx_1 = -29218.35$ $\quad \sum yx_2 = -6611.8$ $\quad \sum x_1 x_2 = 2584.4$

سنبدأ أولا بحساب معاملات الارتباط البسيطة بين المتغيرات وكذلك معاملات التحديد لها .

$$r^2_{YX} = \frac{(\sum y\, x_1)^2}{\sum y^2 \sum x_1^2} = \frac{(-29218.35)^2}{(51172.92)\ (21240.55)} = 0.7854$$

$r_{YX} = \sqrt{r^2_{\ YX}} = -0.62$ معامل الارتباط سالب تكون $(\sum y\ x_1)$

$$r^2_{YX} = \frac{(\sum y\, x_2)^2}{\sum y^2 \sum x_2^2} = \frac{(-6611.8)^2}{(5472.95)\ (1663.2)} = 0.5136$$

$$r_{YX} = \sqrt{r^2_{YX}} = -0.7167$$

$$r^2_{XX} = \frac{(\sum x_1 x_2)^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2} = \frac{(2584.4)^2}{(21240.55)(1663.2)} = 0.1891$$

$$r_{XX} = \sqrt{r^2_{XX}} = 0.4348$$

أما معاملات الارتباط الجزئية عنها كما يلي :

$$R^2_{YX.X} = \frac{(r_{YX} - r_{YX}\, r_{XX})^2}{(1 - r^2_{YX})(1 - r^2_{XX})}$$

$$r^2_{YX.X} = \frac{[-0.8862 - (-0.7167)(0.4348)]^2}{(1 - 0.5136)(1 - 0.189)} = \frac{(-0.5746)^2}{(0.4864)(-0.8109)} = 0.8371$$

$$r_{YX.X} = \sqrt{r^2_{YX.X}} = -0.9149$$

$$R^2_{YX.X} = \frac{(r_{YX} - r_{YX}\, r_{XX})^2}{(1 - r^2_{YX})(1 - r^2_{XX})}$$

$$R^2_{YX.X} = \frac{[-0.7167 - (-0.8862)(0.4348)]^2}{(1 - 0.7854)(1 - 0.1891)} = \frac{(-0.3314)^2}{(0.2146)(-0.8109)} = 0.6310$$

$$R_{YX.X} = \sqrt{R^2_{YX.X}} = -0.7944$$

وفى النهاية يمكننا إيجاد معامل الارتباط المتعدد كما يلي :

$$R^2_{YX\cdot X} = \frac{(r^2_{YX} + r^2_{YX} - 2r_{YX}\, r_{YX}\, r_{XX})^2}{(1 - r^2_{XX})}$$

$$R^2_{YX\cdot X} = \frac{[\ 0.5136 + 0.7585 - 2(-0.8862)\ (-0.7167)(0.4348)\ ]^2}{(1 - 0.1891)}$$

$$= \frac{0.7467}{0.8109} = 0.9208$$

$$R_{YX\,.\,X} = \sqrt{0.9208} = 0.9596$$

ويلاحظ إن معاملات الارتباط البسيطة بين التسميد الفوسفاتي وكذلك

التسميد النيتروجيني وتأثير كل منهم على درجة إصابة البطاطس بالحشرات

والأمراض الفطرية لم تكن كبيرة . ولكن عند دراسة تأثير كل منهم بافتراض وجود

المتغير الأخر بمعدل ثابت زادت قيمة معاملات الارتباط الجزئية عن سابقتها

معاملات الارتباط البسيطة . أما عند دراسة اثر المتغيرين سويا فان قيمة معامل

الارتباط المتعدد كانت كبيرة للغاية .

أي إن تأثير النتروجين على معدل الإصابة بلغ حوالي 78.54% كما إن تأثير المركبات الفوسفاتية في السماد على معدل الإصابة بلغ حوالي 51.36% . أما تأثير كل من السماد النيتروجيني والفوسفوري سويا فبلغ حوالي 92.08% .

أما إذا أردنا حساب معاملات الانحدار للمثال السابق ، فانه يمكننا استخدام المصفوفات كما في المثال السابق ويمكن التعويض مباشرة في المعادلات

الطبيعية بالقيم في صورة الانحرافات ، وبتصفية هذه المعادلات فنتمكن من الحصول على معاملات الانحدار الجزئية كما يلي :

باستخدام المعادلات الطبيعية التي تعبر عن علاقة المتغيران $(X_1 \& X_2)$ بالمتغير (Y) وذلك في صورة انحرافات .

$$b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 = \sum x_1 y$$
$$b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 = \sum x_2 y$$

وبالتعويض بالقيم الرقمية في المعادلتان السابقتان :

$$21240.55\, b_1 + 2584.4\, b_2 = -29218.35 \qquad (1)$$
$$2584.40\, b_1 + 1663.2\, b_2 = -6611.8 \qquad (2)$$

وبضرب المعادلة (1) في (2584.4) والمعادلة (2) في (21240.55) وبطرح المعادلتان نحصل على قيمة (b_2) .

$$28648159\, b_2 = -\, 64926364$$
$$b_2 = -2.266$$

وبالتعويض لقيمة (b_2) في أي من المعادلتين الطبيعيتين السابقتين نحصل على قيمة (b_1) .

$$b_1 = -1.100$$

ويمكننا إيجاد قيمة الثابت $(\propto)$ بالتعويض في المعادلة التالية :

$$\propto = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2$$

$$\propto = \left[\frac{(1479)}{20}\right] - \left[(-1.100)\frac{1253}{20}\right] - (-2.266)\frac{504}{20} = 199.968$$

وبالتالي فانه يمكننا كتابه معادلة الانحدار في الصورة التالية :

$$Y = 199.968 - 1.100\ X_1 - 2.266\ X_2$$

ومن هذه المعادلة يمكننا حساب القيم المختلفة لـ (Y) وكذلك إيجاد الفرق بين القيم الحقيقة والقيم المقدرة كما يلي :

Y	Y	e
2	3.7	-1.7
14	28.2	-14.2
15	-1.1	16.1
15	8.0	7.0
16	26.5	-10.5
27	15.7	11.3
48	47.1	0.9
54	37.7	16.3
58	84.6	-26.6
68	81.1	-13.1
82	103.7	-21.7
83	85.7	-2.7
91	77.2	13.8
97	109.2	-12.2
98	103.8	-5.8
101	113.4	-12.4
128	123.7	4.3
140	134.3	5.7
163	134.6	28.4
179	161.9	17.1

مجموع قيم (e) أو مجموع الانحرافات يساوي الصفر ، وهذا ما يجب إن يكون وهذا يعتبر اختبار لدقة الحساب ودقة تقدير المعلمات لهذه المعادلة التقديرية كما إن مجموع مربع الانحرافات ($\sum e_i^2$) يجب إن يساوي اقل ما يمكن وهو في هذه الحالة يساوي (4051.26) ويمكن حساب هذه القيمة عن طريق العلاقة الآتية :

$$\sum e^2 = (1- R^2) \sum y^2 = (1- 0.9208)\ 51172.95 = 4052.90$$

وهذا الخلاف البسيط بين القيمتين لا يعتد به .

ويمكن تلخيص النتائج السابقة في جدول تحليل التباين التالي :

مصدر التباين	طريقة حساب مجموع المربعات	مجموع المربعات SS	درجات الحرية DF	متوسط مربعات الانحرافات M^2	ف F
التباين الكلي	$\sum y^2$	51172.95	19		
تباين يعزي للانحدار لـ X_1	$R^2_{YX} (\sum y^2)$	40191.23	1	40191.23	$\frac{40191.23}{610.10}$ $=65.9^{**}$
تباين عن خط الانحدار البسيط	$(1 - R^2_{YX})(\sum y^2)$	10981.72	18	610.10	
تباين إضافي يعزي للانحدار لـX_2	$R^2_{YX\,.\,X}(1 - R^2_{YX})(\sum y^2)$	6929.47	1	6929.47	$\frac{6929.47}{238.41}$ $=29.07^{**}$
تباين عن مجسم الانحدار المتعدد	$(1-R^2_{YX\,.X})(\sum y^2)$	4052.92	17	238.41	

وبالطرح أمكننا الحصول على قيمة التباين عن خط الانحدار المتعدد

تباين خط الانحدار المتعدد = 10981.72 – 6929.47 = 4052.90 .

الجذر التربيعي للخطأ يعطي الانحراف القياسي

$$\text{Standard Error} = S_{YX\,.\,X} = \sqrt{238.41} = 15.44$$

هناك طريقة أخري للتحليل إذا بدأنا بـ X_2 وله تأثير على قيمة F .

مصدر التباين	طريقة حساب مجموع المربعات	مجموع المربعات SS	درجات الحرية DF	متوسط مربعات الانحرافات M^2	ف F
التباين الكلي	$\sum y^2$	51172.95	19		
تباين يعزي للانحدار لـ X_2	$R^2_{YX}\,(\sum y^2)$	26282.43	1	26282.43	$\frac{26282.43}{1382.81} = 19.01^{**}$
تباين عن خط الانحدار البسيط	$(1 - R^2_{YX})\,(\sum y^2)$	24890.52	18	1382.81	
تباين إضافي يعزي للانحدار لـX_1	$R^2_{YX\,.\,X}\,(1 - r^2_{YX})\,(\sum y^2)$	20835.85	1	20835.85	$\frac{20835.85}{238.41} = 78.40^{**}$
تباين عن مجسم الانحدار المتعدد	$(1-R^2_{YX\,.X})\,(\sum y^2)$	4052.92	17	238.41	

فـي الجـدول الأول نأخـذ فـي الاعتبـار أولا تـأثير النتـروجين علـى نسـبة الإصابة ثم نضيف بعد ذلك تأثير المركبات الفوسفورية ، أما في الجدول الثاني نأخذ في الاعتبار أولا تأثير الفوسفور ثم نضيف بعد ذلك المركبات النتروجينية.

ويمكن إن يوضح الجدول السابق أهمية اختيار المتغيرات المستقلة والبدء بأكثرها تأثيرا على المتغير التابع ثم الذي يليه وهكذا (طريقة الخطوات الحكيمة) حيث إن ترتيب التعامل مع المتغيرات المستقلة لا يمكن إغفال أهميته.

وكمثال بسيط : فانه من المعروف إن إنتاج العديد من المحاصيل يتأثر بكل من درجة الحرارة وطول النهار (فترة الإضاءة) فإذا تحصلنا على أرقام تبين إنتاجية محصول معين خلال مواسم مختلفة فان الإنتاجية لكل مرحلة تتأثر بكل من درجة الحرارة وطول النهار ولكن من الملاحظ أيضا إن طول النهار ومتوسط درجة الحرارة يوجد ارتباط قوي بين كل منهم والأخر ، وبالتالي فان الباحث لا يكون متأكد من إن كان التأثير في الإنتاجية يرجع أساسا إلي متوسط درجات الحرارة وبالتالي فان طول النهار يسبب إضافة بسيطة في التأثير على المتغير التابع أو العكس . ولكن المحصلة إن اليوم الطويل الدافئ يرتبط بإنتاجية عالية عن اليوم القصير البارد ، وبالتالي يجب إن نحدد المتغير الأكثر أهمية وتأثيرا على الإنتاجية ويكون هو المتغير الأساسي الذي يبدأ التعامل معه ويفضل الاستغناء عن المتغير التالي إذا كانت الإضافة في تأثيره على الإنتاجية ضئيلة ومعامل بينه وبين المتغير المستقل الأخر كبير حتى لا يحدث الازدواج الخطي وان كانت عملية الحذف هذه تسبب بعض مشاكل التقدير مثل الارتباط الذاتي بين البواقي ، ومن ثم فان كان الارتباط بين المتغير المستقل والمتغير المستقل الأخر ضعيف فيفضل إدخال كل من المتغيرين المستقلين في العلاقة المقدرة طالما إن لكل منهم تأثير معنوي على المتغير التابع .

استخدام المتغيرات الصورية في نموذج الانحدار الخطي المتعدد:

المتغيرات الصورية Dummy Variables :

هـي تلـك المتغيـرات التـي تعبـر عـن صـفات معينـة مثـل اللـون والديانـة والجنسـية والجـنس أو النـوع والحـروب والفقـر والـزلازل ، لهـذا تسـمي المتغيـرات الصورية بالمتغيرات الكيفية Qualitative Variables .

ويستخدم القيمة واحد صحيح (1) للدلالة على وجود صفة معينة والقيمة صفر (0) للدلالة على عدم وجود هذه الصفة ، فمثلا يستخدم القيمة 1 للدلالة علـى إن الفـرد ذكـر والقيمـة 0 للدلالـة علـى إن الفـرد أنثـي وهكـذا . ومـن ثـم فالمتغيرات التي تأخذ قيمها صفر وواحد صحيح تعتبر متغيرات صورية .

<u>تقدير معاملات الانحدار في حالة اشتمال النموذج على متغيرات مستقلة صورية :</u>

1- تقدير معاملات الانحدار في حالة اشتمال النموذج على متغير مستقل صوري واحد .

مثـــال :

بفرض إن نموذج الانحدار الخطي المتعدد المراد تقديره كان كما يلي :

$$Y_i = \propto_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \propto_0 D_{1i} + \in_i \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots , N$$

حيث إن :

Y = دخل الفرد

X_1 = عدد السكان

X_2 = عدد سنوات التعليم

D_1 = النوع أو الجنس

1 إذا كان النوع أنثي

0 إذا كان النوع ذكر

$\propto_0$ = الحد الثابت

b_1 = ميل العلاقة بين X_1 , Y ، وهو يقيس اثر تغير السكان بوحدة واحدة على دخل الفرد .

b_2 = ميل العلاقة بين X_2 , Y ، وهو يقيس اثر تغير سنوات التعليم بوحدة واحدة على دخل الفرد .

$\propto_1$ = الحد الثابت التفاضلي ، وهو يقيس اثر تغير النوع أو الجنس على دخل الفرد .

وان بيانـات هـذا النمـوذج معطـاة فـي الجـدول التـالي ، والمطلـوب تقـدير المعادلة السابقة مع إيضاح اثر النوع على دخل الفرد (بالجنيه).

Y_i	X_{1i}	X_{2i}	D_{1i}
5000	80	9	1
6000	95	8	1
7000	100	10	1
8000	101	10	1
9000	103	11	1
10000	115	14	1
11000	105	15	1
12000	116	13	0
13000	120	16	0
14000	110	17	0

الحــل :

لاحظ إن شكل دالة الدخل المقدرة في حالة إذا كان النوع ذكرا يكون كما يلي :

$$Y_i = \propto_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i \qquad (2)$$

أما شكل دالة الدخل المقدرة في حالة إذا كان النوع أنثي فتكون كما يلي:

$$Y_i = (\propto_0 + \propto_1) + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i \qquad (3)$$

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة (1) ينتج ما يلي :

$$Y_i = -3327.53 + 66.124 X_{1i} + 567.467 X_{2i} - 151761 D_{1i}$$

ومن ثم يمكن تحديد ما يلي :

- **معادلة الدخل المقدرة إذا كان النوع ذكرا ($D_{1i} = 0$)**

$$Y_i = -3327.53 + 66.124\, X_{1i} + 567.467\, X_{2i}$$

- **معادلة الدخل المقدرة إذا كان النوع أنثي ($D_{1i} = 1$)**

$$Y_i = -4845.14 + 66.124\, X_{1i} + 567.467\, X_{2i}$$

وبالتالي يمكن القول إن السيدات تحقق دخلا اقل من الرجال بمقدار 1518 جنيها تقريبا .

2- تقدير معاملات الانحدار في حالة اشتمال النموذج على متغيرين مستقلين صوريين .

مثــال :

بفرض إن نموذج الانحدار الخطي المتعدد المراد تقديره كان كما يلي :

$$Y_i = \propto_0 + \propto_1 D_{1i} + \propto_2 D_{2i} + \in_i \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots, N$$

حيث إن :

Y = دخل الفرد

D_1 = درجة الدكتوراه

1 درجة الدكتوراه

0 درجة الماجستير

0 درجة البكالوريوس

D_2 = درجة الماجستير

1 درجة الماجستير

0 درجة الدكتوراه

0 درجة البكالوريوس

$\propto_0$ = الحد الثابت

$\propto_1$ = الحد ثابت تفاضلي يقيس اثر الحصول على درجة الدكتوراه على متوسط دخل الفرد .

$\propto_2$ = الحد ثابت تفاضلي يقيس اثر الحصول على درجة الماجستير على متوسط دخل الفرد .

وان بيانات هذا النموذج معطاة في الجدول التالي ، والمطلوب تقدير المعادلة السابقة مع إيجاد متوسط دخل الفرد (بالجنيه) بعد الحصول على كل درجة علميه على حده .

Y_i	D_{1i}	D_{2i}
5000	0	0
6000	0	0
7000	0	0
8000	0	1
9000	0	1
10000	0	1
11000	0	0
12000	1	0
13000	1	0
14000	1	0

الحـل :

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة (1) ينتج ما يلي :

$$Y_i = 7250 + 5750\ D_{1i} + 1750\ D_{2i} \qquad (2)$$

ومن ثم يمكن تحديد ما يلي :

- **متوسط دخل الحاصلين على درجة البكالوريوس ($D_{1i} = D_{2i} = 0$)**

$$Y_i = \propto_0 = 7250$$

- **متوسط دخل الحاصلين على درجة الماجستير ($D_{1i} = 0$)**

$$Y_i = \propto_0 + \propto_1 = 7250 + 1750 = 9000$$

- **متوسط دخل الحاصلين على درجة الدكتوراه ($D_{2i} = 0$)**

$$Y_i = \propto_0 + \propto_2 = 7250 + 5750 = 13000$$

3- تقدير معاملات الانحدار في حالة اشتمال النموذج على ثلاثة متغيرات مستقلة صورية .

مثـــال :

بفرض إن نموذج الانحدار الخطي المتعدد المراد تقديره كان كما يلي :

$$Y_i = \propto_0 + \propto_1 D_{1i} + \propto_2 D_{2i} + \propto_3 D_{3i} + b\, X_i + \in_i \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots , N$$

حيث إن :

$Y =$ الأرباح

$X =$ المبيعات

$$D_1 = \begin{cases} 1 & \text{للربع الثاني} \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$D_2 = \begin{cases} 1 & \text{للربع الثالث} \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$D_3 = \begin{cases} 1 & \text{للربع الرابع} \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

وان بيانات هذا النموذج معطاة في الجدول التالي والمطلوب :

1- تقدير معاملات الانحدار للمعادلة السابقة .

2- إيضاح اثر العامل الموسمي في الربع الثاني من السنة على الأرباح رياضيا وبيانيا .

السنة والربع		Y_i	X_i	D_{1i}	D_{2i}	D_{3I}
1995	-I	10503	114862	0	0	0
	-II	12092	123968	1	0	0
	-III	10834	121454	0	1	0
	-IV	12201	131917	0	0	1
1996	-I	12245	129911	0	0	0
	-II	14001	140976	1	0	0
	-III	12213	137828	0	1	0
	-IV	12820	145465	0	0	1
1997	-I	11349	136989	0	0	0
	-II	12615	145126	1	0	0
	-III	11014	141536	0	1	0
	-IV	12730	151776	0	0	1
1998	-I	12539	148862	0	0	0
	-II	14849	158913	1	0	0
	-III	13203	155727	0	1	0
	-IV	14947	168409	0	0	1
1999	-I	14151	162781	0	0	0
	-II	15949	176057	1	0	0
	-III	14024	172419	0	1	0
	-IV	14315	183327	0	0	1
2000	-I	12381	170415	0	0	0
	-II	13991	181313	1	0	0
	-III	12174	176712	0	1	0
	-IV	10985	180370	0	0	1

الحــل :

1- تقدير معاملات الانحدار :

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة (1) ينتج ما يلي :

$$Y_i = 6688.38 + 1322.89\, D_{1i} - 217.80\, D_{2i} + 183.86\, D_{3i} + 0.04\, X_i$$

لاحظ إن معامل المبيعات – بعد الآخذ في الاعتبار الأثر الموسمي – يشير إلي إن الزيادة في المبيعات بجنيه واحد ، سوف تؤدي إلي زيادة الأرباح بمقدار 4 قروش ، كما لاحظ إن هذا المعامل يظل كما هو في كل ربع من كل سنة .

2- إيضاح اثر العامل الموسمي في الربع الثاني من السنة على الأرباح رياضيا وبيانيا :

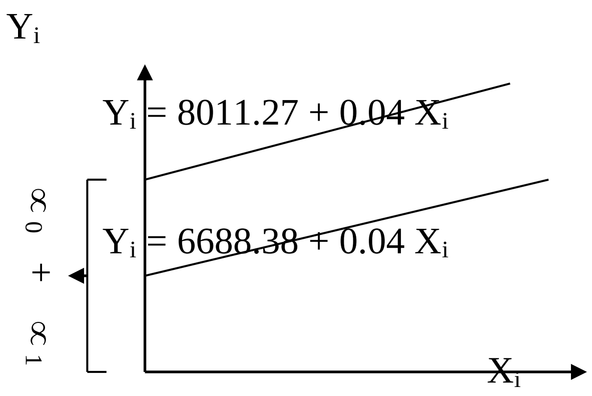
لاحظ إن الربع الأول من السنة سوف يتم معالجته كأنه الربع الأساسي ، ومن ثم تكون معادلة الأرباح المقدرة في الربع الأول من السنة كما يلي حيث $(D_{1i} = D_{2i} = D_{3i} = 0)$.

$$Y_i = \propto_0 + b\, X_i = 6688.38 + 0.04\, X_i$$

وبالتالي تكون معادلة الأرباح المقدرة بعد الآخذ في الاعتبار الأثر الموسمي للربع الثاني من السنة $(D_{2i} = D_{3i} = 0)$ كما يلي :

$$Y_i = (\propto_0 + \propto_1) + b\, X_i = (6688.38 + 1322.89) + 0.04\, X_i$$
$$= 8011.27 + + 0.04\, X_i$$

ويوضح الشكل التالي المعادلتين السابقتين



شكل رقم (9) يوضح العلاقة بين Y_i , X_i

يتضح مما سبق إن هناك عامل موسمي في الربع الثاني من كل سنة أدى إلي زيادة مستوي الأرباح . وقد تم التعبير عن ذلك بانتقال دالة الأرباح بالكامل إلي اعلي .

4- تقدير معاملات الانحدار في حالة اشتمال النموذج على متغيرات تابعة صورية .

مثـــال :

بفرض إن نموذج الانحدار الخطي المتعدد المراد تقديره كان كما يلي :

$$D_{1i} = \propto_0 + \propto_1 D_{2i} + \propto_2 D_{3i} + \in_i \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots , N$$

حيث إن :

$D_1 =$ الفقر
1 للفقر
0 خلاف ذلك

$D_2 =$ الجنس أو النوع
1 للأنثى
0 للذكر

$D_3 =$ اللون
1 للأسود
0 للأبيض

$\propto_0 =$ الحد الثابت

α_1 = معامل D_{2i} . يقيس هذا المعامل اثر النوع على احتمال حدوث الفقر .

α_2 = معامل D_{3i} . يقيس هذا المعامل اثر النوع على احتمال حدوث اللون.

وان بيانات هذا النموذج معطاة في الجدول التالي والمطلوب:

1- تقدير معاملات الانحدار للمعادلة السابقة .

2- إيضاح اثر كل من النوع واللون على احتمال تحقق الفقر .

D_{1i}	D_{2i}	D_{3i}
1	1	0
1	1	1
1	1	1
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
1	1	1
0	0	1
0	0	1
0	1	0
0	0	0
1	1	1
1	1	1
0	0	0
0	0	0
0	0	1
0	0	0
0	1	0
0	0	0
1	1	1
1	0	1
0	0	0
1	1	1
1	1	0
1	1	1
1	0	1
0	0	1
1	0	0

0	0	0

الحــل :

1- تقدير معاملات الانحدار للمعادلة السابقة :

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة السابقة ينتج ما يلي :

$$D_{1i} = 0.5 + 0.55\ D_{2i} + 0.35\ D_{3i}$$

ويطلـق علـى المعادلـة السـابقة ، اصـطلاح نمـوذج الاحتمـال الخطـي ، ويتضح من هذه المعادلة ما يلي :

- إن معامـل D_{2i} يسـاوي 0.55 ، ويعنـي ذلـك إن احتمـال تحقـق الفقـر للسيدات اكبر من احتمال تحقق الفقر للرجال بـ 0.55 .
- إن معامل D_{3i} يساوي 0.35 ، ويعني ذلك إن احتمال تحقق الفقر للفرد الأسود اكبر من احتمال تحقق الفقر للفرد الأبيض بـ 0.35 .

2- إيضاح اثر كل من النوع واللون على احتمال تحقق الفقر :

- **احتمال تحقق الفقر لرب العائلة ذو اللون الأبيض .**

$D_{2i} = D_{3i} = 0 \quad , D_{1i} = 1$

$D_{1i} = \propto_0 = 0.05$

- **احتمال تحقق الفقر لرب العائلة ذات اللون الأبيض .**

$D_{2i} = 1 \quad , D_{3i} = 0 \quad , D_{1i} = 1$

$D_{1i} = \propto_0 + \propto_1 = 0.05 + 0.55 = 0.60$

- **احتمال تحقق الفقر لرب العائلة ذات اللون الأسود .**

$D_{2i} = 1 \quad , D_{3i} = 1 \quad , D_{1i} = 1$

$D_{1i} = \propto_0 + \propto_1 + \propto_3 = 0.05 + 0.55 + 0.35 = 0.95$

الباب الخامس

بعض مشاكل القياس الايكونومتري

أولا :الارتباط الذاتي Autocorrelation :

1- طبيعة الارتباط الذاتي :

أ – تحديد نموذج الارتباط الذاتي :

يمكن تحديد نموذج الارتباط الذاتي من خلال المعادلة التالية :

$$e_t = \rho\, e_{t-1} + \in_t\,, \quad -1 \le \rho \le +1\,, \quad t = 1, 2, \ldots\ldots, N \qquad (1)$$

حيث إن :

e = القيمة المقدرة لحد الخطأ .

$\in$ = القيمة الفعلية لحد الخطأ .

ρ = معامل الارتباط الذاتي .

N = عدد المشاهدات .

وبالنظر إلي المعادلة السابقة يمكن التمييز بين حالتين على النحو التالي:

1- إذا كانت $\rho = 0$ فان $e_t = \in_t$ ، ويدل هذا على عدم وجود الارتباط الذاتي .

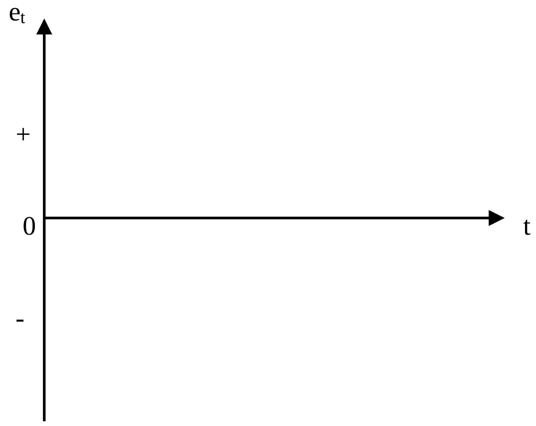
2- إذا كانت $\rho = \pm 1$ فان القيمة المقدرة لحد الخطأ في الفترة الزمنية السابقة (e_{t-1}) تصبح اكثر أهمية في تحديد القيمة المقدرة لحد الخطأ في الفترة الزمنية الحالية (e_t) ، ومن ثم يدل ذلك على وجود درجة عالية من الارتباط الذاتي .

ب– أنواع الارتباط الذاتي :

يمكن تحديد أنواع الارتباط الذاتي كما يلي :

1- الارتباط الذاتي الموجب :

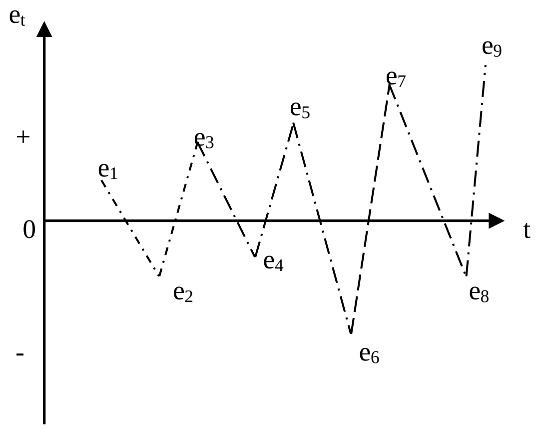
يحدث الارتباط الذاتي الموجب ($\rho > 0$) عندما تكون معظم القيم المقدرة المتتابعة لحد الخطأ لها نفس الإشارة الجبرية كما في الشكل رقم (10) .



شكل رقم (10)

2- الارتباط الذاتي السالب :

يحدث الارتباط الذاتي السالب ($\rho < 0$) عندما تكون معظم القيم المقدرة المتتابعة لحد الخطأ تتبادل الإشارة بين الموجب والسالب كما في الشكل رقم (11) .



شكل رقم (11)

<u>2- أسباب الارتباط الذاتي :</u>

يظهر الارتباط الذاتي للأسباب الآتية :

1- إهمال بعض المتغيرات التفسيرية (المتغيرات المستقلة) في نموذج الانحدار .

2- عدم ملاءمة الصياغة الرياضية المستخدمة في تقدير الانحدار .

3- عدم دقة بيانات السلاسل الزمنية .

3- آثار الارتباط الذاتي :

ينتج عن وجود الارتباط الذاتي ما يلي :

1- تقديرات لمعاملات الانحدار غير متحيزة .

2- تباين تقديرات معاملات الانحدار لا تكون اقل ما يمكن .

4- اختبار وجود الارتباط الذاتي :

اختبار (D W) Durin-Watson :

يعتبر اختبار (DW) من أهم الاختبارات الشائعة المستخدمة في اكتشاف الارتباط الذاتي وتحسب (DW) بالصيغة التالية :

$$DW = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2} \qquad (2)$$

$$DW = 2\,(1 - \rho) \qquad (3)$$

حيث إن DW تمثل القيمة المحسوبة للاختبار ، وتعني $\cong$ تساوي تقريبا ويتضح من المعادلة رقم (3) إذا كانت $\rho = 0$ ، فان $DW \cong 2$.

إحصائية d :

يوضح الشكل رقم (12) قيم d ، و d عبارة عن القيمة الجدولية (القيمة الحرجة) للاختبار ، وتشير قيم d إلي وجود الارتباط الذاتي الموجب أو السالب ، أو التي تجعل نتيجة الاختبار غير محددة ، وتوجد قيم كل من الحدين الأعلى والأدنى لـ d (d_L , d_u) في الجداول الخاصة بذلك .

نرفض H_0 :		لا نرفض H_0:		نرفض H_0 :
ارتباط ذاتي موجب	غير محدد	عدم وجود ارتباط ذاتي	غير محدد	ارتباط ذاتي سالب

$0 \quad d_L \quad d_U \quad 2 \quad 4\text{-}d_U \quad 4\text{-}d_L \quad 4$

شكل رقم (12) : إحصائية d

ويستخدم اختبار DW من جانب واحد في اختبار وجود الارتباط الذاتي الموجب وذلك كما يلي :

فرض العدم $H_0 : \rho \leq 0$

الفرض البديل $H_A : \rho > 0$

- إذا كانت $DW < d_L$ يرفض H_0 .
- إذا كانت $DW > d_U$ يقبل H_0 .
- إذا كانت $d_L \leq DW \leq d_U$ تكون نتيجة الاختبار غير محددة ، ومن ثم يجب إضافة بيانات اكثر .

- **اختبار Durbin – Watsonمن الجانبين**

يتلخص اختبار DW من الجانبين في الأتي :

فرض العدم $H_0 : \rho = 0$

ضد الفرض البديل $H_A : \rho \neq 0$

- إذا كانت $DW < d_L$ أو $DW > 4 - d_L$ يرفض H_0 .
- إذا كانت $4 - d_U > DW > d_U$ يقبل H_0 .
- إذا كانت $4 - d_U \le DW \le 4 - d_L$ أو $d_U \le DW \le d_L$ تكون نتيجة هذا الاختبار غير محددة .

بعض التطبيقات على وجود الارتباط الذاتي :

تطبيق (1) :

يعطي جدول رقم (1) الإنفاق الاستهلاكي (Y_t) والدخل الشخصي المتاح للإنفـاق (X_t) ، كليهمـا بـالبليون جنيـه لإحـدى الـدول مـن 1990إلـي 1999، والمطلوب إجراء انحدار Y_t على X_t واختبار وجود الارتباط الذاتي عند مستوي معنوية 5% .

جدول رقم (1) : الإنفاق الاستهلاكي الشخصي (Y_t)
والدخل الشخصي المتاح للإنفاق (X_t)

السنة	Y_t	X_t
1990	199	212
1991	204	214
1992	216	231
1993	218	237
1994	224	244
1995	235	255
1996	238	257
1997	256	273
1998	264	284
1999	270	290

الحل :

بإجراء انحدار Y_t على X_t كانت النتائج كما يلي :

$$Y_t = 7.05 + 0.9025\, X_t$$

جدول رقم (2) : البيانات المستخدمة في حساب إحصائية DW

السنة	Y_t	Y_t	e_t=Y_t-Y_t	$e_t - e_{t-1}$	$(e_t - e_{t-1})^2$	e^2_t
1990	199	198.38	0.62	--	--	0.3844
1991	204	200.19	3.81	3.19	10.1761	14.5161
1992	216	215.53	0.47	-3.34	11.1556	0.2209
1993	218	220.94	-2.94	-3.41	11.6281	8.6436
1994	224	227.26	-3.26	-0.32	0.1024	10.6276
1995	235	237.19	-2.19	1.07	1.1449	4.7961
1996	238	238.99	-.099	1.20	1.4400	0.9801
1997	256	253.43	2.57	3.56	12.6736	6.6049
1998	264	263.36	0.64	-1.93	3.7249	0.4096
1999	270	268.78	1.22	0.58	0.3364	1.4884
∑					52.382	48.672

$$DW = \frac{\sum(e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2} = 1.0762$$

وحيث إن $d_L = 0.879 < DW = 1.07062 < d_U = 1.320$ عند مستوي معنوية 5% , N=10 , K=1 (من الجدول الإحصائي) ، فان الاختبار لا يدل على نتيجة محددة وبالتالي لا يمكن في هذه الحالة القول بوجود أو عدم وجود الارتباط الذاتي ، ويلاحظ إن K هنا عبارة عن عدد معاملات الانحدار المقدرة باستثناء الحد الثابت .

تطبيق (2) :

المطلوب إجراء اختبار الارتباط الذاتي عند مستوي معنوية 5% بفرض إن DW في التطبيق السابق كانت تساوي 0.69 .

الحل :

وحيث إن $DW = 0.69 < d_L = 0.879$ عند مستوي معنوية $K=1$, $N=10$, 5% (من الجدول الإحصائي) ، فان هناك ارتباط ذاتي .

<u>معالجة الارتباط الذاتي :</u>

يمكن توضيح كيفية معالجة الارتباط الذاتي من خلال الطريقتين التاليتين:

<u>1- طريقة الفرق العام The Generalized Difference Method :</u>

ويتم ذلك كما يلي :

1- تقدير معامل الارتباط الذاتي (ρ)باستخدام أياً من الطرق المستخدمة في تقدير الـ ρ السابق عرضها .

2- حساب قيم الفروق الأولى للمتغيرات X_t , Y_t وفقا لمعادلة الفرق العام التالية :

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \propto (1 - \rho) + b (X_t - \rho X_{t-1}) + \in_t \qquad (4)$$

ومن ثم فان تحويل البيانات يتم من خلال المعادلتين التاليتين :

$$Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1} \qquad (5)$$

$$X_t^* = X_t - \rho X_{t-1} \qquad (6)$$

حيث إن :

Y^*_t= قيمة Y المحولة في الفقرة الزمنية t .

X^*_t= قيمة X المحولة في الفقرة الزمنية t .

ولتجنب ضياع المشاهدات الأولى في عملية إيجاد الفروق ، سوف يتم تقدير المشاهدة الأولى المحولة لكل من X, Y على التوالي كما يلي :

$$Y^*_1 = Y_1 \sqrt{1 - \rho^2} \qquad (7)$$

$$X^*_1 = X_1 \sqrt{1 - \rho^2} \qquad (8)$$

3- استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير معاملات نموذج الانحدار الجديد المكون من الفروق الأولى لـ X_t , Y_t وصيغته هي :

$$Y^*_t = \propto + b X^*_t + \in_t \qquad (9)$$

4- اختبار وجود الارتباط الذاتي من المعادلة رقم (9) بعد تقديرها ، باختبار DW السابق عرضه ، فإذا كانت نتيجة الاختبار تؤكد وجود الارتباط الذاتي ، فانه يجب إعادة استبدال القيم X^*_t , Y^*_t بقيم الفروق الأولى لهذين المتغيرين الجديدان بنفس الطريقة السابق عرضها في الخطورة رقم (2) ، ثم إجراء الانحدار على البيانات المحولة وإعادة الاختبار إلي إن يتأكد عدم وجود الارتباط الذاتي .

تطبيق (3) :

يوضح الجدول التالي الإنفاق الحكومي التحويلي (Tr_t) بالبليون جنيه ومعدل البطالة (U_t) ، لإحدى الدول خلال الفترة 1972 إلي 1995 .

وبفرض إن انحدار Tr_t على U_t اظهر وجود ارتباط ذاتي موجب ، حيث إن $DW = 0.9021$ ، فالمطلوب إجراء معالجة لهذا الارتباط عند مستوي معنوية 5% إذا علمت إن $\rho = 0.5598$.

جدول رقم (4) الإنفاق الحكومي التحويلي (Tr_t) ومعدل البطالة (U_t)
خلال الفترة (1972-1995)

السنة	Tr_t	U_t , %
1972	104.66	5.63
1973	103.33	5.46
1974	97.30	5.63
1975	95.96	5.60
1976	98.83	5.83
1977	97.23	5.76
1978	99.06	5.56
1979	113.66	5.63
1980	117.00	5.46
1981	119.66	5.26
1982	124.33	5.06
1983	133.00	5.06
1984	143.33	4.83
1985	144.66	4.73
1986	152.33	4.46
1987	178.33	4.20
1988	192.00	3.83
1989	186.00	3.90
1990	188.00	3.86
1991	193.33	3.70
1992	187.66	3.66
1993	175.33	3.83
1994	178.00	3.93
1995	187.66	3.96

الحل :

يمكن توضيح خطوات الارتباط الذاتي طبقا لطريقة الفرق العام كما يلي:

1− تحويل القيم الأصلية للمتغيرين Tr_t , U_t كالتالي :

- لتقدير القيمة الأولى لـ Tr_t , U_t :

$$Tr^*_1 = \ln Tr_1 \sqrt{1 - \rho^2} \qquad (10)$$

$$Tr^*_{(1972)} = 4.950717 \sqrt{1 - (0.5598)^2} = 4.102$$

$$U_1^* = \text{In } U_1 \sqrt{1 - \rho^2} \qquad (11)$$

$$U^*_{(1972)} = 1.7281094 \sqrt{1 - (0.5598)^2} = 1.432$$

- **لتقدير القيم الأخرى المحولة لـ U_t ,Tr_t :**

$$Tr_1^* = \text{In } Tr_t - \rho \text{ In } Tr_{t-1} \qquad (12)$$
$$Tr^*_{(1973)} = 4.640 - [(0.5598)(4.651)] = 2.036$$

$$U_t^* = \text{In } U_t - \rho \text{ In } U_{t-1} \qquad (13)$$
$$U^*_{(1973)} = 1.698 - [(0.5598)(1.728)] = 0.731$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى الخاصة بكل من المتغيرين والمتغيرات المحولة (U^*_t , Tr^*_t) معطاة في الجدول التالي :

2– استخدام بيانات الجدول رقم (5) لحساب انحدار Tr^*_t على U^*_t :

$$\text{In } Tr^*_t = 1.4091 - 1.4604\ U^*_t$$
$$DW = 1.7438$$

وحيث إنه الآن $d_U = 1.446 < DW = 1.7438 < 4 - d_U = 2.554$ عند مستوي معنوية 5% , N=24 , K=1 ، فليس هناك دليل على وجود الارتباط الذاتي .

يلاحظ إن الحد الثابت في المعادلة السابقة هو في الواقع عبارة عن تقدير لـ (ρ – 1) $\propto$ ، ولهذا فان القيمة المقدرة لـ $\propto$ يمكن الحصول عليها كالتالي :

$$\therefore \propto (1- 0.5598) = 1.4091$$

$$\therefore \propto = \frac{1.4091}{\quad} = 3.2020$$

$(1 - 0.5598)$

جدول رقم (5) : (U^*_t , Tr_t^*) في صورتها المحولة

السنة	Tr_t^*	U_t^*
1972	4.102	1.432
1973	2.036	0.731
1974	1.981	0.778
1975	2.001	0.756
1976	2.038	0.799
1977	2.006	0.764
1978	2.034	0.736
1979	2.160	0.767
1980	2.113	0.731
1981	2.119	0.710
1982	2.144	0.692
1983	2.190	0.714
1984	2.228	0.668
1985	2.195	0.672
1986	2.242	0.625
1987	2.371	0.598
1988	2.356	0.540
1989	2.283	0.609
1990	2.311	0.589
1991	2.333	0.552
1992	2.288	0.566
1993	2.235	0.616
1994	2.290	0.617
1995	2.334	0.610

2− طريقة الفرق الأول The First Difference Method :

خطوات طريقة الفرق الأول :

1− يمكن تحديد خطوات معالجة الارتباط الذاتي طبقا لطريقة الفرق الأول على النحو التالي:

$$Y_t - Y_{t-1} = b\,(X_t - X_{t-1}) + \in \qquad (14)$$

أو

$$\Delta Y_t = b\, \Delta X_t + \in \qquad (15)$$

ومن ثم فان تحويل البيانات يتم من خلال المعادلتين التاليتين :

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} \qquad (16)$$

$$X_t^* = X_t - X_{t-1} \qquad (17)$$

2– استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير معاملات نموذج الانحدار الجديد المكون من الفروق الأولى لـ Y_t , X_t وصيغته هي :

$$Y_t^* = b\, X_t^* + \in \qquad (18)$$

3– اختبار وجود الارتباط الذاتي من المعادلة رقم (18) بعد تقديرها باختبار DW ، فإذا اظهر الاختبار وجود ارتباط ذاتي ، فانه يجب استبدال القيم الجديدة بالفروق الأولى لهذه المتغيرات الجديدة (X^*_t , Y^*_t) بنفس الطريقة الموضحة في الخطوة رقم (1) ، ثم إجراء الانحدار على البيانات المحولة وإعادة الاختبار إلي إن يتأكد عدم وجود الارتباط الذاتي .

ويتضح مما سبق إن طريقة الفرق الأول هي عبارة عن إعادة إجراء الانحدار على شكل فروق وحذف الحد الثابت ، ويتم استخدام هذه الطريقة عندما يكون $\rho = 1$ ويلاحظ إن طريقة الفرق الأول هي حالة خاصة من طريقة الفرق العام .

تطبيق (4) :

يعطي جدول رقم (6) الإنفاق الاستهلاكي الشخصي (Y_t) ، والدخل الشخصي المتاح للإنفاق (X_t) كليهما بالبليون جنيه ، لإحدى الدول خلال الفترة (1981-2000) .

وبفرض إن انحدار Y_t على X_t اظهر وجود ارتباط ذاتي موجب ، حيث إن $DW = 1.100$ فالمطلوب إجراء معالجة لهذا الارتباط عند مستوي 5% إذا علمت إن $\rho = 1$.

جدول رقم (6) : الإنفاق الاستهلاكي الشخصي (Y_t) والدخل الشخصي المتاح للإنفاق (X_t) بالبليون جنيه خلال الفترة (1981-2000)

السنة	X_t	Y_t
1981	226.6	206.3
1982	238.3	216.7
1983	252.6	230.0
1984	257.4	236.5
1985	275.3	254.4
1986	293.2	266.7
1987	308.5	281.4
1988	318.8	290.1
1989	337.3	311.2
1990	350.0	325.2
1991	364.4	335.2
1992	385.3	355.1
1993	404.6	375.0
1994	438.1	401.2
1995	473.2	432.8
1996	511.9	466.3
1997	546.3	492.1
1998	591.2	535.8
1999	631.6	577.5
2000	684.7	616.8

الحل :

وحيث إن $\rho = 1$ فيجب استخدام طريقة الفرق الأول لمعالجة الارتباط الذاتي :

وتتلخص خطوات المعالجة بهذه الطريقة على النحو التالي :

1 – تحويل القيم الأصلية للمتغيرين Y_t , X_t كالتالي :

$$X^*_t = X_t - X_{t-1} \qquad (19)$$

$X^*_{(1981)} = 238.3 – 226.6 = 11.7$

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} \qquad (20)$$

$Y^*_{(1981)} = 216.7 – 206.3 = 10.4$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم المحولة الخاصة بكل من المتغيرين والمتغيرات المحولة (X^*_t , Y^*_t) معطاة في الجدول رقم (7) .

جدول رقم (7) : (X_t^* , Y^*_t) في صورتها المحولة

السنة	X_t	Y_t
1981		
1982	11.7	10.4
1983	14.3	13.3
1984	4.8	6.5
1985	17.9	17.9
1986	17.9	12.3
1987	15.3	14.7
1988	10.3	8.7
1989	18.5	21.1
1990	12.7	14.0
1991	14.4	10.0
1992	20.9	19.9
1993	19.3	19.9
1994	33.5	26.2
1995	35.1	31.6
1996	38.7	33.5
1997	34.4	25.8
1998	44.9	43.7
1999	40.4	41.7
2000	53.1	39.3

2– استخدام بيانات الدول رقم (7) في إجراء انحدار Y^*_t على X^*_t مع حذف الحد الثابت كما يلي :

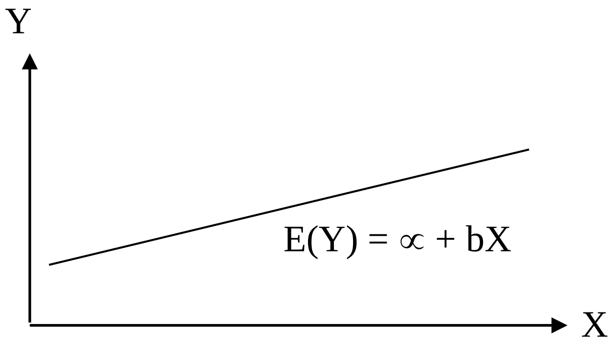
$$Y^*_t = 0.88\ X^*_t$$
$$DW = 2.200$$

وحيث إن $d_U = 1.401 < DW = 2.200 < 4 - d_U = 2.599$ عند مستوي معنوية 5% , $N=19$, $K=1$ ، فليس هناك دليل على وجود الارتباط الذاتي .

ثانيا :عدم ثبات تباين حد الخطأ Heteroscedaticty :

1− طبيعة عدم التجانس :

أحد افتراضات نموذج الانحدار الخطي هو ثبات تباين حد الخطأ أي $E(\in_i^2) = \sigma^2$ ويوضح الشكل رقم (13) العلاقة المتوقعة بين Y كمتغير تابع و X كمتغير مستقل في حالة ثبات تباين حد الخطأ ، ويلاحظ من هذا الشكل إن تباين حد الخطأ لا يعتمد على قيم X .



شكل رقم (13) ثبات تباين حد الخطأ في نموذج الانحدار البسيط

الباب السادس

النماذج الاقتصادية
ECONOMIC MODELS

النمـوذج الاقتصـادي القياسـي هـو علاقـة اقتصـادية بـين المتغيـرات الاقتصادية النظرية ، ومحاولة الانتقال بها إلي التطبيق الواقعي عن طريق التحليل القياسي ، وتأتي المقدرة النسبية للنموذج القياسي على تمثيل الواقع من اعتماده على المعرفة النظرية السابقة التي تقدم فروضا أوليه ، ثم محاولة تجسيد هذه الفروض في صورة معادلات رياضية تقدر معلماتها اعتمادا على البيانات المتاحة والواقع التطبيقي عن الحالة موضع الدراسة ، ويتيح هذا التجسيد للنموذج القياسي قرب تمثيله للواقع المدروس ، ويمكن الحكم على مقدار النجاح في توصيف النموذج بمطابقة نتائجه بالواقع المدروس ، أي انه يمكن عن طريق الاقتصاد القياسي تصوير مثلا الاقتصاد القومي لمجتمع ما أو لقطاع من قطاعاته أو نشاط اقتصادي معين لمنتج زراعي وذلك بمجموعة من المعادلات الرياضية . وتعبر هذه المعادلات عن العلاقة الكمية بين المتغيرات الاقتصادية التي تحدد السلوك الاقتصادي ، والنموذج Model " هو عبارة عن مجموعة كاملة من المعادلات الرياضية والتي يختلف عددها بالكبر أو الصغر حسب المشكلة التي يصورها " . وبلا شك يعتبر النموذج تبسيطا للواقع الكائن لظاهرة اقتصادية معينة والذي بدونه قد يستحيل فهم هذه الظاهرة .

ويتكون النموذج الاقتصادي القياسي من مجوعة من المعادلات الرياضية المتكاملة التي تشرح العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية وتسمي هذه المعادلات

بالمعـادلات الهيكلية Structural Equations حيث يمكن تقسيمها إلـي أربعـة أنواع من المعادلات هي :

1- المعادلات السلوكية Behavioral Equations :

وهي المعادلات التي تعبر عن سلوك الوحدات المنصب عليها النموذج ، أي أنها تفسر كثيرا من القرارات الاقتصادية فهي تصف على سبيل المثال سلوك الأفراد أو المجموعات من الأفراد التـي تقوم بالأنشطة الاقتصادية في مجتمع ما مثـل سـلوك المـزارعين أو شـركات التصـدير أو تجـار الجملـة أو المقـاولين أو المضاربين ، فالمعادلات السلوكية توضح رد الفعل نتيجة للتغيرات التي تحدث في الأسعار أو التكاليف أو الدخول وغيرها حسب الحالة المدروسة.

وتعتبر جميع الدوال الاقتصادية كل المدروسة هي مثال لهذا النوع من المعادلات وأمثلة ذلك دوال العرض والطلب .

2- المعادلات الفنية أو التكنولوجية Technical Equations :

وتعكس العلاقات التكنولوجية بين المتغيرات ، ومن أمثله تلك المعادلات دوال الإنتاج إذ إن الكمية المنتجة هي محصلة تفاعل عديد من مستلزمات الإنتاج مع بعضها البعض لتحقيق هذا الإنتاج وهذه المستلزمات من الناحية الفنية ليست مجال بحث فهي في الواقع كميات أو نسب محددة بصورة فنية أو تكنولوجية .

3- المعادلات التعريفية Identities Equations :

يطلق عليها البعض معادلات وصفية Definitional Equations وهي المعادلات التي تعبر عن الأجزاء المكونة لهيكل المعادلة ، ومتفق عليها من وجه النظر الاقتصادية وهي دائما متطابقة لأنها تصف علاقة مسلم بها ، مثال ذلك المعادلة التي تعبر عن تكوين الدخل من الاستهلاك والادخار ، ويدخل أيضا

تحت هذه الفئة المعادلات التي تعبر عن شرط التوازن فإذا عبر عن توازن السوق لسلعة معينة بأنه هو تساوي الكمية المطلوبة بالكمية المعروضة فان المعادلة ما هي إلا معادلة تعريفية .

4- المعادلات التنظيمية Institutional Equations :

وهي المعادلات التي تحدد السلوك المعين الذي يحدده قانون أو لائحة تنظيمية ليس للوحدة الفردية دخل بها مثل الضرائب أو تسليم حصة معينة من الناتج للجمعيات التعاونية الزراعية إلي غير ذلك أي إنها تعكس القوانين والقواعد المحددة للسلوك .

وعموما يجب إن يكون النموذج القياسي قادرا على كيفية تفسير الأداء للهيكل المدروس تبعا للظروف المحيطة ووصف العمليات المتسببة من بعضها البعض ، بل يجب إن تتصف المعادلات الهيكلية بالنموذج بأنها وثيقة الصلة بل وتعبر عن الحالة موضع الدراسة بمنطقية اقتصادية ، كما يجب إن تتصف بالبساطة فتشمل جوهر النظام المدروس مع إغفال المعالم الأدنى في الأهمية ، كما يجب إن يكون لها قدرة تفسيرية تتفق مع المشاهدات التطبيقية المتاحة ، كما يجب إن تقدر المعلمات للمعادلات تقديرا صحيحا تتسم فيه هذه التقديرات المشتقة من بيانات العينة بعدم التحيز Unbiasedness والتناسق Consistency ، والكفاءة Efficiency والكفاية Sufficiency ، كما يجب إن تكون للمعادلات الهيكلية التي يشتمل عليها النموذج القدرة على التنبؤ بالمستقبل، وعموما يجب إن تتضمن كل من المعادلات الهيكلية في النموذج متغيرا واحدا على الأقل يظهر في أحد العلاقات أو المعادلات الأخرى في النموذج على الأقل.

وحتى يمكن تحديد المتغيرات الداخلة في تركيب النموذج القياسي يستلزم الأمر في البداية تحديد المشكلة المطلوب دراستها ، ليس فقط بل أيضا والفترة الزمنية التي ستكون موضعا للقياس .

وعموما يمكن تقسيم المتغيرات الداخلة في تركيب النموذج إلي قسمين رئيسين الأول يضم ما يعرف بالمتغيرات الداخلية .Endogenous Var وهي تلك المتغيرات التي تحدد داخل النموذج نفسه بمعني إن التغيرات التي تطرأ عليها وكذلك مستواها يمكن إن تفسر من واقع المعادلات التي يشتمل عليها النموذج أما المتغيرات Exogenous Variables فهي عبارة عن المتغيرات التي تظهر في العلاقات التي يشتمل عليها النموذج ولا يكون النموذج مسئولا عن تحديد قيمتها .

وتوجد بالنموذج متغيرات أخري فيمكن تصنيفها وفقا لأي من التصنيفين السابقين ولكن البعض يفضل إن يسميها بالمتغيرات المتأخرة أو المبطأة Lagged .Var وهي أما متغيرات داخلية أو خارجية ولكنها تتعلق بفترة زمنية سابقة وبالتالي تكون معروفة القيمة مثال الكمية المعروضة من سلعة معينة هذا العام تتوقف على أسعارها في العام السابق وعموما تسلك المتغيرات المبطأه سلوك المتغيرات الخارجية وقد يسميها بعض الاقتصاديون بالمتغيرات المحددة مسبقا Predetermined Variables وعموما فان المتغيرات السابقة الذكر تلزم لتقدير النموذج الاقتصادي القياسي ، أما المتغيرات التي لا تدخل في النموذج Latent .Var أو التي قد يتعذر إدخالها فتدخل ضمن بند الخطأ أو البواقي ، وكلما تحمل الخطأ مقدار اكبر من المتغيرات كلما أدى ذلك إلي تحيز في قيمة التقديرات المقدرة لقيمة المعالم وبالتالي الخطأ في التقدير .

وعموما يجب إن يتوفر للمعادلات الهيكلية للنموذج الاعتبارات التالية ، وهو ما يطلق عليه شروط Genes – Markoff Theory . نظرية ماركوف

1- إن يوزع الخطأ توزيعا على شكل المنحني المعتدل ، وبالتالي فان التوقع الأول للخطأ يساوي الصفر [$\sum (e_i) = 0$] أي إن المتوسط الحسابي يساوي الصفر .

2- إن يتجانس تباين الخطأ على امتداد الدوال المقدرة Hemoscedesticity .

3- يجب إن يكون هناك استقلال إحصائيا بين سلسلة الأخطاء التقديرية لكل دالة على امتداد الفترة الزمنية موضع الدراسة [$Cov (e_i \; e_j) = 0$]، أي لا يوجد ارتباط ذاتي بين البواقي Autocorrelation .

4- يجب إن تكون المتغيرات المستقلة المشاهدة مقاسه دون أخطاء وبالتالي لا يحدث ارتباط بين قيمة المتغيرات المستقلة والبواقي عند تقدير الدالة مما يؤدي إلي خطأ أو تحيز في تقدير قيمة المعلمات .

5- يجب إن يكون هناك استقلالا إحصائيا بين المتغيرات المستقلة داخل كل معادلة من معادلات النموذج ، أي لا يكون هناك ازدواجا خطيا Multicollinearity حيث إن عدم تحقق هذا الشرط بوجود ارتباط قوي بين متغيرين أو اكثر من المتغيرات المستقلة في إحدى العلاقات الدالية المقدرة يؤدي إلي ضآلة قيمة المحدد إلي الدرجة التي تصل فيه هذه القيمة إلي الصفر في حالة الارتباط الكامل ، الأمر الذي يترتب عليه عدم إمكانية إيجاد حل للمصفوفة ومن ثم يتعذر إيجاد قيمة الملمات للعلاقات الدالية ، وعموما ينشا مثل هذه الحالات ما يعرف بالمصفوفة المريضة أو السيئة Conditioned (The matrix X X is said to he ill (or beadle)).

6- يجب إن يكون عدد المشاهدات كبيرا بالدرجة التي تسمح باستخدام الأساليب الإحصائية بكفاءة لتقدير الملمات وكذلك الحكم على النتائج المقدرة وبالتالي يمكن استخدام اختبارات المعنوية المألوفة للحكم على معنوية المعلمات المقدرة .

ويـري المؤلـف إن أسـلوب الخطـوات الحكيمـة The Stepwise Regression Procedure في تقدير المعادلات الخطية المكونة للنموذج يعد من افضل الأساليب في التخلص من أخطاء التقدير أو الحد منها .

وتتلخص هذه الطريقة التي يطلق عليها البعض طريقة الانحدار المتدرجة أو طريقـة المربعـات الـدنيا المتدرجـة فـي تقـدير معـاملات الانحـدار أو الارتبـاط البسيطة بين كل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة باستبعاد العلاقات غير المعنوية ، ثم تقدير معاملات الارتباط البسيطة بذاتها لدراسة مدي وجود الازدواج الخطـي بينهـا ، ثـم يبـدأ تحديـد النمـوذج بعلاقـة بسيطة بـين المتغيـر التـابع واقـوي المتغيرات المستقلة علاقة بـه . ثم يضـاف المتغير الذي يليه في مدي قوة العلاقة وهكذا مـع مراعـاة عدم حـدوث ازدواج خطـي بـين المتغيـرات المسـتقلة الداخلـة فـي النمـوذج حتـى يـتم تركيـب النمـوذج المطلـوب وهـو الـذي يشـمل كافـة المتغيـرات المسـتقلة المطلوبـة والتـي لا يـؤدي إدخالهـا إلـي وجـود أخطـاء أو تحيـز فـي قيمـة المعـالم المقدرة والتـي تعطـي فـي نفس الوقت اكبـر قيمـة محسوبة لمعامل التحديـد وقيمة (F) المحسوبة حيث يبين هذين المقياسين مدي الدقة في توصيف النموذج ومدي مطابقة النموذج الرياضـي المستخدم لطبيعة البيانات موضع الدراسة .

ومن مميزات طريقة الخطوات الحكيمة هذه ما يلي :

1- إنها تؤدي إلي الوصول إلي النتائج في يسر وبترتيب متتالي .

2- تؤدي أيضا إلي توفير وقت استخدام الحاسب الآلي .

3- تتجنب حـدوث أخطـاء التقدير بقدر الإمكـان وخاصـة الازدواج الخطـي ، ومـن ثم يمكن الحصول على افضل التقديرات غير المتحيزة .

4- يؤدي استعمال هذه الطريقة إلي تجنب عملية الحذف لأحد المتغيرات المستقلة (Omission) عنـد وجـود الازدواج الخطـي بـين متغيـرين مـن المتغيـرات المسـتقلة إذ يـؤدي هـذا الحـذف إلـي تحميـل الخطـأ لهـذا المتغيـر المحـذوف

وبالتالي يتولد ارتباط بين الخطأ والمتغيرات المستقلة في المعادلة أو أحدها مما يؤدي إلي حدوث خطأ أو تحيز في قيمة المعلمات المقدرة . Autocorrelation

وللنموذج الاقتصادي القياسي ثلاثة جوانب هي المحتوي الاقتصادي ، والهيكل الرياضي والخصائص الإحصائية ، ويتحدد التوافق المنطقي واكتمال النموذج عن طريق دراسة جوانبه الاقتصادية والرياضية ، أما المحتوي الإحصائي للنموذج فانه يتم بتقدير معلماته – وتعتمد درجة النجاح لهذا التقدير على البيانات التطبيقية وصورة النموذج ، فإذا كان النموذج في صورة إحصائية غير مناسبة فانه قد يتعذر تقدير معلمات المجتمع بطريقة وحيده بالرغم من توافر البيانات الملائمة ، ويشار إلي النموذج بأنه غير متعرف عليه ، ويمكن الحكم على النموذج إذا كان معرفا أما لا كما يلي :

إذا رمزنا لعدد المتغيرات الداخلية الإجمالية بالرمز (M) وعدد المتغيرات الخارجية بالرمز (K) فيمكن التعبير عن عدد المتغيرات الداخلية الموجودة في المعادلة المراد تمييزها بالرمز c وعدد المتغيرات الداخلية الغير موجودة في المعادلة المراد تمييزها بالرمز (M^{**}) ، وكذلك رمزنا لعدد المتغيرات الخارجية والمبطئة الموجودة بالمعادلة بالرمز (K^{*}) ، والمتغيرات الخارجية والغير موجودة بالمعادلة بالرمز (K^{**}) ، وبالتالي بمقارنة (K^{**}) مع (M^{*}) يمكن الحكم على درجة تعريف المعادلة حيث :

$K^{**} = (M^{*} - 1)$ ∴ معادلة معرفة

$K^{**} > (M^{*} - 1)$ ∴ معادلة زائدة التعريف

$K^{**} < (M^{*} - 1)$ ∴ معادلة ناقصة التعريف

وعموما يمكن القول انه يمكن لتقدير معلمات المجتمع عن طريق استخدام النماذج القياسية يجب إن يكون النموذج معرفا ومتكاملا (Compellation) . ولكي تكون معادلات النموذج معرفة يجب إن يكون عدد المتغيرات الخارجية (بما فيها المتغيرات الداخلية ذات فترة الإبطاء والتي تعامل معاملة المتغيرات الخارجية) والتي لم تظهر في المعادلة الهيكلية المراد تمييزها وموجودة في باقي النموذج مساويا $(M^* - 1)$ على الأقل ، حيث (M) هو عدد المعادلات الهيكلية أو عدد المتغيرات الداخلية في النموذج ، ويتطلب النموذج المعرف وجود متغير واحد داخلي في كل معادلة من باقي معادلات النموذج لا يظهر في المعادلة المراد التحقق من تمييزها . أما إذا احتوت معادلة أخري على نفس متغيرات المعادلة المراد تمييزها فلا تتميز المعادلتين – أي انه يمكن القول لكي يكون النموذج معرفا فان هذا يعني عدم ظهور معادلتين في النموذج يتكون كل منهما من نفس المتغيرات – كما انه لكي يكون النموذج معرفا يجب إن تكون جميع معادلاته معرفة أي كل معادلة له محتوية على متغير داخلي أو اكثر ، ويتكامل النموذج إذا كان عدد المعادلات به مساويا لعدد المتغيرات الداخلية بالنموذج . وبالتالي فانه إذا أمكن حل معادلة من معادلات النموذج فانه يمكن عن طريقها حل بقية معادلات النموذج . (في حالة النماذج المعرفة) .

ويمكن تقسيم النماذج الايكونومتريه إلي عدة أنواع تبعا للمعايير المستخدمة والتي من أهمها اثر الزمن والدرة الآسية للمعادلات الهيكلية ودرجة الاحتمال وكذلك مستوي التجميع ، فإذا ابتدأنا بمعيار الزمن يكون هناك النماذج الساكنة (Static Models) وهي النماذج التي لا يظهر فيها عنصر الزمن بصورة صريحة في العلاقات التي يحدها النموذج ، وغالبا في حالة دراسة السلع الزراعية فانه يفضل استخدام النماذج المتحركة (Dynamic Models) وهي النماذج التي يظهر عنصر الزمن صراحة في العلاقات التي يشتمل عليها النموذج الاقتصادي القياسي . كما يمكن تقسيم النماذج القياسية وفقا للدرجة الآسية

للمعادلات الهيكلية إلي النماذج الخطية (Linear Models) وهي التي تكون جميع معادلاتها من الدرجة الأولى ، وبالتالي فهي تعتبر على درجة من السهولة من حيث العمليات الحسابية وتقدير معلمات النموذج . أما النماذج اللاخطية (Non Linear Models) وهي التي تشتمل على أحد المعادلات على الأقل بها متغير على الأقل مرفوع لقوة اكبر من الواحد الصحيح ، وهذه النماذج تعتبر اكثر صعوبة نسبيا من حيث الخطوات الحسابية اللازمة لتقدير معلماتها . وغالبا ما يلجا القياسيين إلي جعل النموذج خطيا بتحويل معادلاته إلي الصورة الخطية وذلك عند تقدير معلماته ، كما يمكن إن نقسم النماذج من حيث درجة الاحتمال إلي نماذج احتمالية (Statistic Models) ونماذج غير احتمالية (Non Stochastic Models) حيث تعبر النماذج الاحتمالية عن متغيرات عشوائية أو احتمالية ويكون من شانها الاعتراف بان المتغير التابع من الممكن إن يتأثر بوجود عوامل أخري غير المتغيرات المستقلة الظاهرة في العلاقة الموضحة بالنموذج ، أما النماذج غير الاحتمالية فهي التي تعبر عن العلاقات المختلفة بدقة دون وجود لخطأ احتمالي ، وهذا النوع من النماذج لا يمكن تسميته بأنه نموذج قياسي حيث إن الدراسات تتناول العلاقات الاحتمالية – ويمكن تقسيم النماذج القياسية أيضا تبعا لمستوي وحجم واهتمام العلاقات موضع الدراسة إلي نماذج وحدية (Micro Models) ، ونماذج تجميعية (Macro Models) حيث تتناول النماذج الوحدية العلاقات التي تربط المتغيرات في وحداتها الصغيرة مثل طلب أحد الأفراد على سلعة معينة ، أما النماذج التجميعية فتتناول العلاقات التي تربط المتغيرات في مجموعها بدون الدخول في التفصيلات المكونة للمتغيرات مثل دراسة اقتصاديات صناعة معينة أو الطلب القومي أو الاستثمار القومي ، ومن ثم فيمكن تسميه النموذج القياسي لآي سلعة تصديرية مثلا ولتكن البطاطس بأنه نموذج احتمالي تجميعي يتسم بالديناميكية (لوجود فترات إبطاء) ذو معادلات هيكلية في الصورة الخطية حتى يمكن تقدير معلماته وفقا للوسائل التحليلية المتاحة .

وفى الدراسات الاقتصادية على السلع الزراعية فان النماذج القياسية ما هي في الواقع إلا نماذج احتماليه مكونه من معادلات هيكلية متضمنة الأخطاء أو الهزات (Shoch – Models) حيث تتوقف هذه الهزات إلي حد كبير على كفاءة الباحث ومدي نجاحه في التوصيف السليم ومقدرته الرياضية على صياغة العلاقة الاقتصادية في صورة معادلات رياضية ، وكذلك كفاءته الإحصائية في تقدير معلمات هذه المعادلات التي يشتمل عليها النموذج ، ومن أهم مسببات هذه الأخطاء أو الهزات هو إهمال بعض المتغيرات الاقتصادية الواجبة الدراسة عند التوصيف للمشكلة موضع الدراسة أو إهمال بعض المتغيرات غير الاقتصادية التي لها تأثير على السلوك الاقتصادي وإنما بشكل غير منتظم ، وكذلك من أسباب هذه الهزات عدم استخدام الصيغ الرياضية الصحيحة والملائمة لطبيعة البيانات الاقتصادية المطلوب دراستها ، أو رغبة الباحث في التبسيط اكثر من اللازم قد يؤدي إلي استخدام معادلات بدرجة اكبر أو اقل من المطلوب وهي بالتالي لا تتوافق مع طبيعة العلاقات المدروسة أو طبيعة البيانات الإحصائية المتاحة ، أو قد تكون هذه الهزات في النماذج موضع الدراسة نتيجة لوجود درجة من الخطأ أو الإهمال في البيانات المتاحة حيث إن هذه البيانات كثيرا ما تفتقر إلي الدقة سواء المنشورة منها أو غير المنشورة . وعموما فان فروض النظرية الاقتصادية والإحصائية موضع اهتمام الدراسات القياسية تفترض قدرا معينا من الخطأ ويمكن بناء على ما سبق القول انه باستخدام الصيغ الرياضية المناسبة المبنية على توصيف اقتصادي سليم ومستخدمه بيانات إحصائية سليمة فان هذا سيؤدي إلي تقليل الخطأ إلي اقل ما يمكن وبالتالي يمكن الحصول على تقديرات سليمة تتسم بالكفاءة والكفاية وعدم التحيز وتعبر عن الواقع المدروس ، وتصلح كأساس للتنبؤ في المستقبل .

وبعد صياغة النموذج القياسي وفقا للاعتبارات السابقة يمكن الحصول على ما يعرف بالصورة المختصرة أو المختزلة Reduce Form ، وهي عبارة عن إعادة صياغة المعادلات الهيكلية للنموذج بدلالة المتغيرات الخارجية أو

المتغيرات الداخلية المبطأة زمنيا بحيث تحتوي كل معادلة على متغير داخلي واحد يفسره المتغيرات الشارحة سواء كانت متغيرات خارجية أو داخلية مبطأه زمنيا ومن ثم يمكن تقدير معلمات المعادلات الهيكلية للنموذج القياسي موضع الدراسة . وبعد ذلك فانه من الأنسب اختبار كفاءة النموذج بتقدير قيم المتغيرات الداخلية بدلالة القيم الفعلية للمتغيرات الشارحة ثم مقارنة النتائج بالقيم الفعلية للمتغيرات الداخلية وذلك بالنسبة لفترة سابقة أو لعينة عشوائية تعبر عن بعض السنوات أو المشاهدات ، وبالتالي يمكن التأكد من كفاءة النموذج القياسي موضع الدراسة والاطمئنان على التوقعات المستقبلية المحسوبة استنادا إلي نتائجه .

الباب السابع

بعض التطبيقات الشائعة للنماذج الاقتصادية

أولا : نماذج المعادلات الآنية :

تمهيد :

إن وجود المعادلات الآنية يسبب عدم اتساق مقدرات المعالم والتحيز في تقدير معلمات النموذج إذا تم استخدام الطريقة (OLS) في التقديرات ولذا لابد من الحصول على مقدرات متسقة غير متحيزة . لكي يكون تفسيرها للظواهر الاقتصادية صحيحا ، إن ابسط صيغة لنماذج المعادلات الآنية هي نماذج المعادلتين الآنيتين Two-equations Model والمثال التقليدي المستخدم من الاقتصاد هو نموذج العرض والطلب . وهناك نماذج اكثر تعقيدا ، منها النماذج القطاعية ونماذج الدخل القومي .

في جميع هذه النماذج توجد معادلتين أو اكثر وكل واحدة تحتوي على متغير معتمد أو داخلي ، وان تقدير هذا المتغير في كل معادلة يعتمد على بقية المعادلات ، فلو أخذنا المعادلتين التاليتين :

$$Y_{1i} = b_{10} + b_{12}\, y_{2i} + X_{1i} + U_{1i} \qquad (A)$$
$$Y_{2i} = b_{20} + b_{21}\, y_{1i} + X_{1i} + U_{2i} \qquad (B)$$

ففي حساب مقدرات معلمات النموذج أعلاه بتطبيق (OLS) على كل معادلة منفردة وليس على النموذج ككل نحصل على معلمات غير متسقة ومتحيزة والسبب يعود إلي عدم تطبيق أساسية من فرضيات (OLS) وهي استقلالية

المتغيرات التوضيحية عن المتغيرات العشوائية U_i ، حيث نجد إن من المثال أعلاه بان (y_1) , (y_2) هما متغيرات التابعة (الداخلية) وان (x_1) هو المتغير المستقل (الخارجي) وان (U_1) , (U_2) يمثلان حدود الاضطراب ففي هذه الحالة ما لم يثبت كون (Y_2) , (Y_1) مستقلان عن (U_2) , (U_1) على التوالي فانه يمكن الحصول على تقديرات لمعلمات النموذج تتميز بالاتساق وعدم التحيز .

ولتوضيح هذه الفكرة نأخذ بعض التطبيقات من النظرية وبعدها سوف نعرض الطريقة الرياضية لأسلوب نماذج المعادلات الآنية .

1- نموذج الطلب والعرض Demand and Supply Model :

في حالة التوازن يتحدد سعر السلعة (P)والكمية المطلوبة (Q) من خلال تقاطع كل من منحني العرض والطلب وللسهولة نفترض إن العلاقة بين المتغيرات علاقة خطية ولذا فان الدالتين تأخذتا الصورتين التاليتين :

Demand Function $Q^d_t = \propto_0 + \propto_1 P_t + U_{1t}$ …….. $\propto_1 < 0$

Supply Function $Q^s_t = b_0 + b_1 P_t + U_{2t}$ …….. $b_1 > 0$

Equilibrium Identity $Q^d_1 = Q^s_1$

حيث تتمثل معلمات النموذج في ($\propto^d$, b^s) ومن أساسيات النظرية الاقتصادية انه في حالة كون $\propto_1$سالبة فان منحني الطلب ينحدر إلي الأسفل ، وإذا كانت b_1 موجبة فان منحني العرض يتجه إلي الأعلى .

من هذا النموذج الآني نجد بان التغيرات التي تحدث في (U_{1t}) (بسبب عوامل خارج النموذج مثل الدخل والثروة والذوق) والتي تؤثر على (Q^d_1)وتحول منحني الطلب إلي الأعلى إذا كانت (U_{1t}) موجبة والى الأسفل إذا كانت (U_{1t}) سالبة .

وكما هو معروف بان كلا من (P) و (Q) تتأثر عند انتقال منحني الطلب وبالمقابل فان (U_{2t}) تتغير بسبب المناخ ، والاستيراد وغيرها وتؤثر على منحني العرض وبالتالي يتأثر كلا من السعر والكمية .

ومن هذا المثال نجد إن هناك حالة اعتمادية تداخليه بين (P) و (Q) من جهة وبين (U_{2t}) و (P) من جهة أخري ، وبين (U_{1t}) و (P) من ناحية أخري مما تجعل فرضية الاستقلالية لطريقة (OLS)غير متحققة أي غير متسقة ومتحيزة (أي غياب عدم وجود ارتباط بين المتغيرات المستقلة وحد الاضطراب .

2- النموذج الكنيزي في تحديد الدخل Keynesian Model of income determination :

لنأخذ الصيغة البسيطة لنموذج كينز حيث :

دالة الاستهلاك Consumption Function:

$$C_t = b_0 + b_1 Y_t + U_t \ldots\ldots\ldots 0 < b < 1 \qquad (1)$$

الدالة التطابقية للدخل :

$$Y_t = C_t + I_t \qquad (2)$$

وان $I_t = S_t$ ، حيث إن :

S_t = الادخار = I_t = الاستثمار

C_t = الاستهلاك Y_t = الدخل

t = الزمن U_t = الحد العشوائي

b_1 , b_0 = معلمات النموذج .

و المعلم b_1 يدل على الميل الحدي للاستهلاك أي MPC وقيمتها تقع بين الصفر والواحد ، ويلاحظ من المعادلتين السابقتين بان هناك علاقة اعتمادية تداخليه بين (Y) و (C) وبين (Y) والحد العشوائي (U_t) كما في المعادلة (1)، وان (Y) غير مستقلة عن (U_t) وأي توقع للتغير في (U_t) بسبب عوامل خارجية كثيرة فان دالة الاستهلاك ستتغير وبالتالي سيتبعها تغير في (Y_t) .

من هذا نستنتج مرة أخري بان طريقة المربعات الصغرى التقليدية (OLS) لتقدير معلمات النموذج لا تعطي تقديرات متسقة .

3- نموذج الأجور والأسعار أو نموذج فيلبس Phillips Model :

لنفترض إن لدينا نموذج فيلبس الذي يربط الأجر النقدي والأسعار بالشكل التالي :

$$W_t = \alpha_0 + \alpha_1 UN_t + \alpha_2 P_t + U_{1t} \qquad (3)$$
$$P_t = b_0 + b_1 W_t + b_2 R_t + b_3 M_t + U_{2t} \qquad (4)$$

حيث تشير W : إلي معدل التغير في الأجور النقدية .

UN : إلي معدل البطالة .

R : إلي معدل تغير كلفة راس المال .

M : إلي معدل تغير سعر المواد الأولية المستوردة .

t : إلي الزمن .

U_1 , U_2: إلي حدود الاضطراب .

P : إلي معدل تغير الأسعار .

من المعادلتين السابقتين أعلاه نلاحظ بان المتغير (P) يدخل في معادلة الأجور وان المتغير (W) يدخل في معادلة السعر ، وكلا المتغيرين يعتبران تابعين بصورة مشتركة ، وعليه فان المتغيران المستقلان يتوقع إن يكونا مرتبطين مع حدود الاضطراب وهنا تكون أيضا طريقة (OLS) غير مقبولة لتقدير معلمات المعادلات الآنية بصورة منفردة .

ثانيا :تمييز المعادلات السلوكية :

يتم تمييز المعادلات السلوكية بطريقتين :

أولا : التمييز من خلال الشكل المختزل .

ثانيا : التمييز من خلال الشكل الهيكلي للنموذج .

1- التمييز من خلال الشكل المختزل للنموذج :

إن التمييز من خلال الشكل المختزل للنموذج يرتبط بمدي إمكانية الحصول على معاملات الانحدار المقدرة للمعادلات السلوكية من معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل .

ويمكن التفرقة بين ثلاثة حالات في هذا المجال كما يلي :

1- إن المعادلة السلوكية سوف تكون محددة Identified ، إذا كان يمكن الحصول من معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل على قيمة مقدرة واحدة لكل معامل من معاملات انحدار هذه المعادلة .

2- إن المعادلة السلوكية سوف تكون غير محددة Unidentified ، إذا كان لا يمكن الحصول من معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل على تقديرات لمعاملات انحدار هذه المعادلة .

3- إن المعادلة السلوكية سوف تكون محددة اكثر مما ينبغي Overidentified ، إذا كان يمكن الحصول من معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل على اكثر من قيمة مقدرة واحدة لمعامل أو اكثر من معاملات انحدار هذه المعادلة .

بعض التطبيقات على إجراء تمييز المعادلات السلوكية من خلال الشكل المختزل:

تطبيق (1) :

المطلوب إجراء تمييز للمعادلات السلوكية من خلال الشكل المختزل للنموذج الهيكلي التالي :

$$Y_1 = \propto_0 + \propto_1 X_1 + b_1 X_2 \qquad (5)$$

$$Y_1 = \propto_2 + \propto_3 X_1 + b_2 X_3 \qquad (6)$$

$$Y_1 = Y_2 = Y \qquad (7)$$

الحل :

يمكـن إيضــاح خطـوات تمييـز المعـادلات السـلوكية مـن خـلال الشـكل المختزل على النحو التالي :

1- إيجاد الشكل المختزل للنموذج

- **اشتقاق معادلة الشكل المختزل لـ X_1 .**

$$.. Y_1 = Y_2$$
$$\therefore \propto_0 + \propto_1 X_1 + b_1 X_2 = \propto_2 + \propto_3 X_1 + b_2 X_3$$
$$\propto_1 X_1 - \propto_3 X_1 = -\propto_0 + \propto_2 + b_1 X_2 + b_2 X_3$$
$$X_1 (\propto_1 - \propto_3) = \propto_2 - \propto_0 - b_1 X_2 + b_2 X_3$$

$$\therefore X_1 = \left(\frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3}\right) - \left(\frac{b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right)X_2 + \left(\frac{b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right) X_3 \quad (8)$$

- **اشتقاق معادلة الشكل المختزل لـ Y .**

بـالتعويض بقيمـة X_1 فـي المعادلـة رقـم (5) أو المعادلـة رقـم (6) يـتم الحصول على معادلة الشكل المختزل لـ Y كما يلي :

$$Y = \propto_0 - \propto_1\left[\left(\frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3}\right) - \left(\frac{b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right)X_2 + \left(\frac{b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right) X_3\right] + b_1 X_2$$

$$Y = \propto_0 + \left[\frac{\propto_1 (\propto_2 - \propto_0)}{\propto_1 - \propto_3}\right] - \left[\frac{\propto_1 b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right]X_2 + \left[\frac{\propto_1 b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_3 + b_1 X_2$$

$$= \left[\frac{\propto_0 \propto_1 - \propto_0 \propto_3 + \propto_1 \propto_2 - \propto_0 \propto_1}{\propto_1 - \propto_3}\right] - \left[\frac{\propto_1 b_1 - \propto_3 b_1 - \propto_1 b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right]X_2 + \left[\frac{\propto_1 b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right]X_3$$

$$\propto_1 \propto_2 - \propto_0 \propto_3 \qquad \propto_3 b_1 \qquad \propto_1 b_1$$

$$\therefore Y = \left[\frac{}{\propto_1 - \propto_3}\right] - \left[\frac{}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_2 + \left[\frac{}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_3 \qquad (9)$$

2- وضع معادلات الشكل المختزل في الشكل التالي :

$$X_1 = c_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 \qquad (10)$$

$$Y = c_4 + c_5 X_2 + c_6 X_3 \qquad (11)$$

حيث إن :

$$c_1 = \frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3} \quad , \quad c_2 = \frac{-b_1}{\propto_1 - \propto_3}$$

$$c_3 = \frac{b_2}{\propto_1 - \propto_3} \quad , \quad c_4 = \frac{\propto_1 \propto_2 - \propto_0 \propto_3}{\propto_1 - \propto_3}$$

$$c_5 = \frac{- \propto_3 b_1}{\propto_1 - \propto_3} \quad , \quad c_6 = \frac{\propto_1 b_2}{\propto_1 - \propto_3}$$

3- تمييز المعادلات السلوكية :

يمكن الحصول على قيمة مقدرة واحدة لكل معامل من معاملات انحدار المعادلتين (5) و (6) من خلال معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل كما يلي :

$$\propto_1 = \frac{c_6}{c_3} \qquad (12) , \qquad \propto_3 = \frac{c_5}{c_2} \qquad (13)$$

$$b_1 = - c_2 (\propto_1 - \propto_3) \qquad (14)$$

$$b2 = c_3 (\propto_1 - \propto_3) \qquad (15)$$

$$\propto_0 = c_4 - \propto_1 c_1 \qquad (16)$$

$$\propto_2 = c_4 - \propto_3 c_1 \qquad (17)$$

ومن ثم يمكن القول إن المعادلات السلوكية للنموذج تكون محددة .

تطبيق (2) :

المطلوب إجراء تمييز للمعادلات السلوكية للنموذج التالي :

$$Y_1 = \propto_0 + \propto_1 X_1 + b_1 X_2 \qquad (18)$$
$$Y_2 = \propto_2 + \propto_3 X_1 \qquad (19)$$
$$Y_1 = Y_2 = Y \qquad (20)$$

الحل :

معادلات الشكل المختزل هي :

$$X_1 = \left(\frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3} \right) - \left(\frac{b_1}{\propto_1 - \propto_3} \right) X_2 \qquad (21)$$

$$Y_1 = \left(\frac{\propto_1 \propto_2 - \propto_0 \propto_3}{\propto_1 - \propto_3} \right) - \left(\frac{\propto_3 b_1}{\propto_1 - \propto_3} \right) X_2 \qquad (22)$$

وبالتعبير عن معادلات الشكل المختزل في الشكل التالي :

$$X_1 = c_1 + c_2 X_2 \qquad (23)$$
$$Y = c_3 + c_4 X_2 \qquad (24)$$

حيث إن :

$$c_1 = \frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3} \quad , \quad c_2 = \frac{-b_1}{\propto_1 - \propto_3}$$

$$c_3 = \frac{\propto_1 \propto_2 - \propto_0 \propto_3}{\propto_1 - \propto_3} \quad , \quad c_4 = \frac{-\propto_3 b_1}{\propto_1 - \propto_3}$$

فـان معـادلات انحـدار المعادلـة رقـم (19) يمكـن تقـديرها مـن معـاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل كما يلي .

$$\propto_3 = \frac{c_4}{c_2} \qquad (25)$$

$$\propto_2 = c_3 - \propto_3 c_1 \qquad (26)$$

أمـا معـاملات انحـدار المعادلـة رقـم (18) فـلا يمكـن الحصـول عليهـا مـن معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل .

ومـن ثـم فـان المعادلـة رقـم (19) تكـون محـددة ، أمـا المعادلـة رقـم (18) فتكون غير محددة .

تطبيق (3) :

المطلوب إجراء تمييز للمعادلات السلوكية للنموذج التالي :

$$Y_1 = \propto_0 + \propto_1 X_1 \qquad (27)$$

$$Y_2 = \propto_2 + \propto_3 X_1 + b_1 X_2 + b_2 X_3 \qquad (28)$$

$$Y_1 = Y_2 = Y \qquad (29)$$

الحل :

معادلات الشكل المختزل هي :

$$X_1 = \left[\frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3}\right] + \left[\frac{b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_2 + \left[\frac{b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_3 \qquad (30)$$

$$Y = \left[\frac{\propto_1 \propto_2 - \propto_0 \propto_3}{\propto_1 - \propto_3}\right] - \left[\frac{\propto_1 b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_2 + \left[\frac{\propto_1 b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right] X_3 \qquad (31)$$

أو :

$$X_1 = c_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 \qquad (32)$$

$$Y = c_4 + c_5 X_2 + c_6 X_3 \qquad (33)$$

ويلاحظ إن $\propto_1$ سوف يكون لها قمتين مقدرتين هما :

$$\propto_1 = \frac{c_5}{c_2} \qquad (34)$$

$$\propto_1 = \frac{c_6}{c_3} \qquad (35)$$

حيث إن المعادلة رقم (34) لا يمكن إن تساوي المعادلة رقم (35) فان $\propto_0$ سوف يكون لها قيمتين مقدرتين أيضا :

$$\propto_0 = c_4 - \propto_1 c_1 \qquad (36)$$

ومن ثم فان المعادلة رقم (27) تكون محددة اكثر مما ينبغي ، أما المعادلة رقم (28) فتكون غير محددة بسبب عدم القدرة على الحصول على معاملات الانحدار المقدرة الخاصة بها من معاملات الانحدار المقدرة لمعادلات الشكل المختزل .

2- التمييز من خلال الشكل الهيكلي للنموذج :

ويتم تمييز المعادلات السلوكية من خلال الشكل الهيكلي للنموذج بواسطة تطبيق شرطين أولهما شرط الدرجة Order Condition ، وثانيهما شرط الرتبة Rank Condition .

ولكي يمكن تمييز معادلة سلوكية ما يجب إن يتحقق شرطي الدرجة والرتبة ، بحيث يتم اختبار شرط الدرجة أولا ، فإذا تحقق هذا الشرط في المعادلة يتم الانتقال إلي اختبار شرط الرتبة ، فشرط الدرجة شرط ضروري وليس كافي ، أما شرط الرتبة فهو شرط ضروري وكافي .

1- شرط الدرجة :

إذا كانت :

K = عدد المتغيرات التي لم تظهر في المعادلة المراد تمييزها (المتغيرات الداخلية + المتغيرات المحددة سلفا)

M = عدد معادلات النموذج أو عدد المتغيرات الداخلية للنموذج .

فان شرط الدرجة لتمييز معادلة سلوكية معينة يكون كما يلي :

- إذا كانت $K = M - 1$ ، فان المعادلة السلوكية سوف تكون محددة تماما.
- إذا كانت $K < M - 1$ ، فان المعادلة السلوكية سوف تكون غير محددة.
- إذا كانت $K > M - 1$ ، فان المعادلة السلوكية سوف تكون محددة اكثر مما ينبغي .

تطبيق (4):

المطلوب تطبيق شرط الدرجة لتمييز معادلات النموذج التالي :

$$Y_1 = \propto_0 + \propto_1 Y_2 + \propto_2 Y_3 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \qquad (37)$$
$$Y_2 = \propto_3 + \propto_4 Y_2 + \propto_5 Y_3 + b_3 X_3 \qquad (38)$$
$$Y_3 = \propto_6 + \propto_7 Y_1 + \propto_8 Y_2 \qquad (39)$$

الحل :

 # تمييز المعادلة رقم (37) .

$$\because K = 1 \quad , M = 3$$
$$\therefore K < M - 1$$
$$1 < 2$$

ومن ثم تكون هذه المعادلة غير محددة .

 # تمييز المعادلة رقم (38) .

$$\because \; K = 2 \quad , M = 3$$
$$\therefore K = M - 1$$
$$2 = 2$$

ومن ثم تكون هذه المعادلة محددة تماما .

 # تمييز المعادلة رقم (39) .

$$\because \; K = 3 \quad , M = 3$$
$$\therefore K > M - 1$$
$$3 > 2$$

ومن ثم تكون هذه المعادلة محددة اكثر مما ينبغي .

2− شرط الرتبة :

يتلخص شرط الرتبة في إن المعادلة السلوكية سوف تكون محددة إذا كان محدد واحد على الأقل غير صفري رتبته مساوية لعدد المعادلات ناقص واحد ، ومن ثم فإذا كان قيمة المحدد = صفر ، فان المعادلة المراد تمييزها سوف تكون غير محددة ، وذلك في حالة وجود محدد واحد فقط ، ويتم تكوين هذا المحدد من جدول المتغيرات (المتغيرات الداخلية والمتغيرات المحددة سلفا) المستبعدة من المعادلة المراد تقديرها وتكون موجودة في المعادلات الأخرى للنموذج .

بعض التطبيقات على تمييز شرط الرتبة لتتميز المعادلات الآنية :

تطبيق (5) :

المطلوب تمييز شرط الرتبة لتمييز المعادلة رقم (39) في النموذج الهيكلي السابق عرضه في التطبيق السابق .

الحل :

يمكن إيضاح خطوات شرط الرتبة لتمييز المعادلة رقم (38) كما يلي :

1– تكوين جدول متغيرات النموذج الهيكلي[الجدول رقم (1)] ، ويتم ذلك من خلال إعطاء القيمة صفر للمتغير المستبعد من المعادلة والقيمة واحد صحيح للمتغير الذي يظهر في هذه المعادلة .

جدول رقم (1)

المتغيرات / رقم المعادلة	Y_1	Y_2	Y_3	X_1	X_2	X_3
37	1	1	1	1	1	0
38	1	1	1	0	0	1
39	1	1	1	0	0	0

2– تكوين جدول المتغيرات المستبعدة من المعادلة المراد تمييزها [الجدول رقم (2)] ، ويتم ذلك من خلال شطب الصف الخاص بالمعادلة المراد تمييزها ثم شطب الأعمدة التي تظهر متغيراتها في هذه المعادلة كما يلي :

1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0

جدول رقم (2)

1	1
0	0

3– إيجاد قيمة المحدد (Δ) باستخدام جدول المتغيرات المستبعدة من المعادلة المراد تمييزها كما يلي :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = (1)\,(0) - (\,1)\,(0) = 0$$

وحيث إن $\Delta = 0$ فان المعادلة رقم (38) تكون غير محددة .

تطبيق (6) :

المطلـوب تطبيـق شـرط الرتبـة لتمييـز المعادلـة رقـم (39) فـي النمـوذج الهيكلي السابق كما يلي :

الحل :

يمكن إيضـاح خطوات تطبيق شرط الرتبة لتمييز المعادلة رقم (39) كما يلي :

* تكوين جدول المتغيرات المستبعدة من المعادلة المراد تمييزها [الجدول رقم (3)] كم يلي :

1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~

جدول رقم (3)

1	1	0
0	0	1

* إيجاد قيمة المحددات (Δ_1 , Δ_2 , Δ_3) باستخدام الجدول رقم (3) كما يلي :

3- إيجـاد قيمـة المحـدد (Δ) باسـتخدام جـدول المتغيـرات المسـتبعدة مـن المعادلـة المراد تمييزها كما يلي :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

ومن ثم فان المعادلة رقم (39) قد تكون محددة تماما أو محددة اكثر مما ينبغي ، ولتحديد عما إذا كانت هذه المعادلة محددة تماما أو محددة اكثر مما ينبغي يتم تطبيق شرط الدرجة على هذه المعادلة كما يلي :

$$\because K = 3 \quad , K = 3$$
$$\therefore K > M - 1$$
$$3 > 2$$

وبالتالي تكون المعادلة رقم (39) محددة اكثر مما ينبغي .

ثالثا :تقدير نماذج المعادلات الآنية :

يوجد ثلاثة طرق دارجة الاستخدام في تقدير نماذج المعادلات الآنية :

الطريقة الأولى : هي طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة .

الطريقة الثانية : هي طريقة المتغيرات المساعدة .

الطريقة الثالثة : هي طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين .

1- التقدير بطريقة المربعات الصغرى غير المباشرة
Indirect Least Sequares (ILS)

إن طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة تستخدم فقط في تقدير المعادلات السلوكية المحددة تماما الواردة في نموذج المعادلات الآنية ، وتتلخص هذه الطريقة في استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معاملات انحدار معادلات الشكل المختزل ، والحصول من هذه المعاملات على معاملات انحدار المعادلات السلوكية المراد تقديرها ، ولذلك تسمي هذه الطريقة بطريقة الشكل المختزل .

تطبيق (7) :

بفرض إن النموذج المراد تقديره كان كما يلي:

$$Q^s = \propto_0 + \propto_1 P + b_1 C + \in_1 \qquad (40)$$
$$Q^d = \propto_2 + \propto_3 P + b_2 Y_d + \in_2 \qquad (41)$$
$$Q^s = Q^d \qquad (42)$$

وان بيانـات هـذا النمـوذج معطـاة فـي الجـدول رقـم(4) ، المطلـوب إجـراء تقدير لمعاملات الانحدار بطريقة المربعات الصغرى غير المباشرة .

جدول رقم (4) : بيانات المعادلتين (40) , (41)

i	P	$Q^s = Q^d$	C	Y_d
1	10	50	100	15
2	12	54	102	12
3	9	65	105	11
4	15	84	107	17
5	14	75	110	19
6	15	85	111	30
7	16	90	111	28
8	14	60	113	25
9	17	40	117	23
10	19	70	120	35

الحل :

يمكن إيضاح طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة في الخطوات التالية :

1- اشتقاق الشكل المختزل كما يلي .

$$P = \left(\frac{\propto_2 - \propto_0}{\propto_1 - \propto_3}\right) - \left(\frac{b_1}{\propto_1 - \propto_3}\right)C + \left(\frac{b_2}{\propto_1 - \propto_3}\right) Y_d \qquad (43)$$

$$Q^s = \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3}{\alpha_1 - \alpha_3}\right] - \left[\frac{\alpha_3 b_1}{\alpha_1 - \alpha_3}\right]C + \left[\frac{\alpha_1 b_1}{\alpha_1 - \alpha_3}\right]Y_d \qquad (44)$$

2- التعبير عن معادلات الشكل المختزل بالشكل التالي :

$$P = c_1 + c_2 C + c_3 Y_d \qquad (45)$$

$$Q^s = c_4 + c_5 C + c_6 Y_d \qquad (46)$$

حيث إن :

$$c_1 = \frac{\alpha_2 - \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_3} \quad , \quad c_2 = \frac{-b_1}{\alpha_1 - \alpha_3}$$

$$c_3 = \frac{b_2}{\alpha_1 - \alpha_3} \quad , \quad c_4 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3}{\alpha_1 - \alpha_3}$$

$$c_5 = \frac{- \alpha_3 b_1}{\alpha_1 - \alpha_3} \quad , \quad c_6 = \frac{\alpha_1 b_2}{\alpha_1 - \alpha_3}$$

3- استخدام البيانات الواردة في الجدول رقم (4) في تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلتين (45) , (46) فينتج ما يلي :

$$P = -19.60 + 0.28\ C + 0.14\ Y_d \qquad (47)$$

$$Q^s = 215.03 - 1.71\ C + 1.87\ Y_d \qquad (48)$$

4- استخدام القيم المقدرة لمعاملات انحدار معادلات الشكل المختزل في الحصول على القيم المقدرة لمعامل انحدار المعادلات السلوكية كما يلي :

$$\alpha_1 = \frac{c_6}{c_3} = 13.36$$

$$\alpha_3 = \frac{c_5}{c_2} = -6.11$$

$$b_1 = - c_2 (\propto_1 - \propto_3) = -5.45$$
$$b2 = c_3 (\propto_1 - \propto_3) = 2.73$$
$$\propto_0 = c_4 - \propto_1 c_1 = 477.55$$
$$\propto_2 = c_4 - \propto_3 c_1 = 94.97$$

2- التقدير بطريقة المتغيرات المساعدة

Instrumental Variables (IV):

وتهدف هذه الطريقة تخفيض درجة الارتباط بين حد الخطأ والمتغيرات المستقلة ، ويتم ذلك من خلال استخدام متغيرات خارجية مناسبة (كمتغيرات مساعدة) .

وفيما يلي خطوات تحقيق تطبيق طريقة المتغيرات المساعدة على النحو التالي :

أولا :

اختيار المتغيرات المساعدة التي يتم إحلالها محل المتغيرات الداخلية التي تظهر كمتغيرات مستقلة في الجانب الأيمن من المعادلة المراد تقديرها ، ويجب إن يتميز المتغير المساعد بما يلي :

1- إن يرتبط ارتباط قويا بالمتغير الداخلي الذي سوف يتم إحلاله محله في المعادلة المراد تقديرها .

2- إن يرتبط على الأقل بالمتغيرات الخارجية التي تظهر كمتغيرات مستقلة في المعادلة المراد تقديرها .

3- إلا يرتبط بحد الخطأ للمعادلة السلوكية المراد تقديرها .

4- في حالة استخدام اكثر من متغير مساعد في المعادلة المراد تقديرها يجب إن يرتبط كل منهم بالأخر .

ثـانيـا :

ضرب المتغير المساعد (أو كل متغير مساعد على حده) في المعادلة المراد تقديرها ، ثم جمع حاصل الضرب لكل المشاهدات ، ويترتب على هذا الإجراء وجود عدة معادلات خطية ، وبحل هذه المعادلات يتم الحصول على القيم المقدرة لمعاملات انحدار هذه المعادلات .

فبفرض إن المعادلة المراد تقديرها – في نموذج المعادلات الآنية – كانت كما يلي :

$$Y_i = \propto + b\, X_i + \in_i \qquad (49)$$
$$i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, N$$

وان X_i ترتبط بـ $\in_i$ بسبب إن X_i متغير داخلي في نموذج المعادلات الآنية محل التقدير .

لاحظ إن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة السابقة سوف يؤدي إلي الحصول على تقديرات متحيزة لمعاملات الانحدار الخاصة بهذه المعادلة ، وللحصول على قيم مقدرة غير متحيزة لمعاملات المعادلة المراد تقديرها يتم تطبيق طريقة المتغيرات المساعدة على النحو التالي :

1- اختيار المتغير المساعد الذي لا يرتبط بـ $\in_i$ ولكنه يرتبط ارتباط قويا بـ X_i ، وليكن هذا المتغير Z_i ، ثم إعادة كتابة المعادلة المراد تقديرها – مع إهمال الحد الثابت – كما يلي :

$$y_i = b\, x_i + \in_i \qquad (50)$$

حيث إن

$$x_i = (X_i - \overline{X})$$
$$y_i = (Y_i - \overline{Y})$$
$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{N}$$
$$\overline{Y} = \frac{\sum Y_i}{N}$$

2– ضـرب المتغيـر المسـاعد (z_i) فـي المعادلـة (50) ثـم القيـام بجمـع حاصـل ضرب لكل المشاهدات كما يلي :

$$\sum(z_i\, y_i) = b \sum(z_i\, x_i) + \sum(z_i\, \epsilon_i) \qquad (51)$$

$$z_i = (Z_i - \overline{Z})$$

وحيث إن (z_i) و (ϵ_i) يرتبط كل منهما بالأخر – افتراضيا – فان القيمة المتوقعة لهما تكون مساوية للصفر أي $E(\sum z_i\, \epsilon_i) = 0$ ، وبالتالي تصبح المعادلة رقم (51) كما يلي :

$$\sum(z_i\, y_i) = b \sum(z_i\, x_i) \qquad (52)$$

ومن ثم فان :

$$b = \frac{\sum(z_i\, y_i)}{\sum(z_i\, x_i)} \qquad (53)$$

تطبيق (8) :

بفرض إن المعادلة المراد تقديرها هي المعادلة رقم (49) حيث إن X_i ترتبن بـ ϵ_iبسبب إن X_iمتغير داخلي في نموذج المعادلات الآنية :

المطلوب تقدير هذه المعادلة باستخدام البيانات الواردة فـي الجـدول رقم (5) علما بان Z_i عبارة عن المتغير المساعد .

جدول رقم (5) بيانات Y_i , X_i , Z_i

i	Y_i	X_i	Z_i
1	5	4	1
2	8	6	2
3	10	10	3
4	12	9	4
5	15	11	5

الحل :

يوضـح الجـدول رقـم (6) البيانـات المسـتخدمة فـي تقـدير b ، ومـن هـذا الجدول يتضح ما يلي :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = 10$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} = 8$$

$$\bar{Z} = \frac{\sum Z_i}{N} = 3$$

جدول رقم (6) البيانات المستخدمة في تقدير (b)

i	Y_i	X_i	Z_i	y_i	x_i	z_i	$z_i\ y_i$	$z_i\ x_i$
1	5	4	1	-5	-4	-2	10	8
2	8	6	2	-2	-2	-1	2	2
3	10	10	3	0	2	0	0	0
4	12	9	4	2	1	1	2	1
5	15	11	5	5	3	2	10	6
$\sum$	50	40	15	0	0	0	24	17

$$\therefore\ b = \frac{\sum(z_i\ y_i)}{\sum(z_i\ x_i)} = \frac{24}{17} = 1.41$$

3- التقدير بطريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين

Two – Stage Least Squares (2SLS) :

تتشابه هذه الطريقة مع الطريقتين السابقتين في محاولة القضاء على التحيز الوارد نموذج المعادلات الآنية الراجع إلي وجود متغيرات داخلية كمتغيرات مستقلة في المعادلة المراد تقديرها ، ويتم استخدام الطريقة المذكورة في تقدير المعادلات السلوكية المحددة اكثر مما ينبغي .

تطبيق (9) :

بفرض إن النموذج المراد تقديرها كان كما يلي :

$$Y_{1i} = b_0 + b_1 Y_{2i} + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \in_{1i} \qquad (54)$$

$$Y_{2i} = b_4 + b_5 Y_{1i} + \in_{2i} \qquad (55)$$

حيث إن :

- **المتغيرات الداخلية هي :**

Y_1= الدخل القومي .

Y_2= عرض النقود .

- **المتغيرات الخارجية هي :**

X_1= الإنفاق الاستثماري .

X_2= الإنفاق الحكومي .

جدول رقم (7) : يوضح بيانات المعادلتين (54) , (55) (بالبليون جنيه)

السنة (i)	Y_{1i}	Y_{2i}	X_{1i}	X_{2I}
1980	503.7	144.2	74.8	53.5
1981	520.1	148.7	71.7	57.4
1982	560.3	150.9	83.0	63.4
1983	590.5	156.5	87.1	64.2
1984	632.4	163.7	94.0	65.2
1985	684.9	171.3	108.1	66.9
1986	749.9	175.4	121.4	77.8
1987	793.9	186.9	116.6	90.7
1988	864.2	201.7	126.0	98.8
1989	930.3	208.7	139.0	98.8
1990	977.1	221.4	136.3	96.2
1991	1054.9	235.3	153.7	97.6
1992	1158.0	255.8	179.3	104.9
1993	1294.9	271.5	209.4	106.6
1994	1396.7	283.8	208.9	116.4

الحل :

يمكن إيضاح كيفية استخدام طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين في تقدير (54) , (55) فيما يلي :

أولا :

يتم إجراء انحدار المتغير المستقل الذي يكون متغير داخلي في النموذج على كل المتغيرات المحددة سلفا في النموذج ككل وطبقا للتطبيق محل العرض يتم إجراء انحدار Y_{1i}على كل من X_{1i} , X_{2i} باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية فينتج ما يلي :

$$Y_{1i} = -44.79 + 4.93 X_{1i} + 3.15 X_{2i}$$

وباستخدام المعادلة السابقة وبيانات X_{1i} , X_{2i} الواردة في الجدول رقم (7) يتم تكوين بيانات Y_{1i} كما يلي :

$$Y_{1(1980)} = -44.79 + 4.93 (74.8) + 3.15 (53.5) = 492.5$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى ، ويضم الجدول رقم (8) قيم Y_1.

جدول رقم (8) بيانات Y_{1i}

السنة (i)	Y_{1i}
1980	492.5
1981	489.5
1982	564.11
1983	586.8
1984	624.0
1985	698.9
1986	798.8
1987	815.8
1988	887.6
1989	951.7
1990	930.2
1991	1020.4
1992	1169.6
1993	1323.3
1994	1351.7

ثانيا :

تتمثل المرحلة الثانية في إحلال القيم المقدرة للمتغير المستقل الذي يكون متغير داخلي في النموذج محل المتغير الداخلي الذي يظهر في الجانب الأيمن من المعادلة المراد تقديرها ثم إجراء الانحدار ، أي إحلال Y_{1i} محل Y_{1i} ثم إجراء انحدار Y_{2i} على Y_{1i} باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية فينتج ما يلي:

$$Y_{2i} = 60.79 + 0.16\, Y_{1i}$$

بعض المراجع المختارة

1- احمد احمد جويلي: " مبادئ التسويق الزراعي " دار الهنا للطباعة- الطبعة الثانية سنة 1972 .

2- احمد عبادة سرحان: طرق التحليل الاحصائى .

3-

تابع الباب الثالث

تذكر:

(1)- يرجع وجود حد الخطأ في نموذج الانحدار إلي عدة أسباب منها :

1. **إهمال بعض المتغيرات المستقلة – التي يمكن إن تؤثر على المتغير التابع – في النموذج .**
2. **الصياغة الرياضية غير السليمة للنموذج .**
3. **حدوث خطأ في كل من تجميع البيانات وقياس المتغيرات الاقتصادية .**

(2) يتكون نموذج الانحدار البسيط من متغيرين فقط أحدهما متغبر مستقل (X) والأخر متغير تابع (Y) .

(3) هناك عدة افتراضات لنموذج الخطي البسيط منها :

1. **Y دالة خطية في X .**
2. **القيمة المتوقعة لحد الخطأ تساوي صفر .**
3. **تباين حد الخطأ يكون ثابت .**
4. **حد الخطأ لمشاهدة ما لايرتبط بحد الخطأ لمشاهدة أخرى .**
5. **حد الخطأ يكون مستقل عن X بالنسبة لكل مشاهدة .**
6. **حد الخطأ موزع توزيعاً طبيعياً .**
7. **درجات الحرية يجب أن تكون موجبة .**

(4) في حالة توفر الافتراضات السابقة , يمكن استخدام طريقة المربعات الصغري العادية في تقدير معاملات الانحدار . وتكون تقديرات هذه الطريقة أفضل مقدرات خطية غير متحيزة .

(5) إن قياس طبيعة العلاقة بين X و Y يتم بتقدير معاملات الانحدار . أما قياس درجة العلاقة بين X و Y فيتم بتقدير معامل الارتباط البسيط (r) , بينما قياس نسبة مساهمة (X) في في التغير الحادث في (Y) يتم بتقدير معامل التحديد البسيط (r^2) .

تابع الباب الرابع

تذكر:

(1) يتكون نموذج الانحدار المتعدد من متغير تابع (Y) وأكثر من متغير مستقل (X_1 ,X_2,X_3….X_n) .

(2) افتراضات نموذج الانحدار الخطي المتعدد هي نفسها افتراضات نموذج الانحدار الخطي البسيط باستثناء الأفتراضات المتعلقه بوجود أكثر من متغير مستقل واحد في النموذج.

(3) تستخدم طريقة المربعات الصغري العاديه في تقدير نموذج الأنحدار الخطي المتعدد ومن نتائج التقدير يمكن حساب عدة مفاهيم هي , التباين والخطأ المعياري للقيم المقدره لمعاملات الانحدار, والتباين المقدر لحد الخطأ, ومعمل التحديد المتعدد المعدل, ومعامل الأرتباط المتعدد, ومعاملات الأرتباط الجزئيه.

(4) المتغيرات الإنتقاليه أو الصوريه (Dummy variables) :هي متغيرات نوعيه تعبر عن صفات معينه, وتاخذ القيمه واحد صحيح للدلاله علي وجود صفه معينه, والقيمه صفر للدلاله علي عدم وجود هذه الصفه , ويمكن أن تكون المتغيرات الصوريه متغيرات تابعه أو متغيرات مستقله.

(5) لتقدير نموذج الإنحدار غير الخطي يجب تحويله إلي نموذج إنحدار خطي أولاً , ويتم ذلك من خلال التحوير اللوغاريتمي.

تابع الباب الخامس
تذكر:

(1) ان ثبات حد الخطأ هو الافتراضات الكلاسيكيه لنموزج النحدار الخطي.
(2) في حالة وجود مشكلة عدم ثبات حد الخطأ سوف تكون:
- القيم المقدره لمعاملات الأنحدار غير متحيزه
- تباين القيم المقدره لمعاملات الإنحدار أقل ما يمكن

(3) هناك عدة اختبارات لاكتشاف مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ منها:
- اختبار (park)
- اختبار Goldfield – Quandt
- اختبار معامل ارتياط الرتب (Spearman)

(4) لمعلجة مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ يتم إجراء تحويل للنموزج الأصلي المقدر الذي يوجد به هذه المشكله, ويتوقف شكل النموزج الأصلي المحول علي نمط عدم تباين حد الخطأ الوارد بالنموزج الأصلي المقدر.

تابع الباب السادس
تذكر:

(1)هناك عدة طرق لمعلجة الازدواج الخطي منها ما يلي :
(أ) زيادة حجم المشاهدات.
(ب) إحلال متغيرات ذات فترات إبطاء محل المتغيرات المستقله الأخري في نماذج فترات الغبطاء الموزعه.
(ج) حذف متغير أو أكثر من المتغيرات المستقله.
(د) إيجاد الفرق الأول لكل متغير من المتغيرات المعادله ثم إعادة إجراء الانحدار مره اخره.
(هـ)إضافة معادلات جديده للنموذج.
(2) يتحقق الأزدواج الخطي إذا كان هناك ارتباط خطي تام بين بعض أو كل المتغبرات المستقله في نموزج الإنحدار.
(3) ينشأ الأذدواج الخطي من عدة اسباب اهمها :
(أ) أتحاه المتغيرات الأقتصاديه معا للتغير مع مرور الزمن .
(ب) استخدام متغيرات مستقله ذات فترات ابطاء في المعادله المراد تقديرها .
(4) إن القيم المقدره لمعاملات الأنحدار في حالة وجود الازدواج الخطي منها :
(أ) تحليل(Frisch)
(ب) اختبار(Farrar-Glauber)
(5)إن وجود الأزدواج الخطي لا يعتبر مشكله وإنما المشكله تتمثل في درجة الإزدواج الخطي.